

## УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Федерального  
государственного бюджетного учреждения  
науки «Институт вычислительной  
математики и математической геофизики СО  
РАН»

д.ф.-м.н., профессор РАН



## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

**Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук» на диссертацию Линдэ Су «Численное решение обратных задач для параболических уравнений» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.**

В последние десятилетия, теория и методы решения обратных задач стали одной из самых быстроразвивающихся областей прикладной и вычислительной математики. Они стали одними из наиболее важных математических проблем в физических и технических науках, поскольку позволяют идентифицировать характеристики, которые мы не можем непосредственно измерять. Данная проблема имеет широкий спектр важных областей применения, имеет явную новизну и сложность и поэтому привлекает внимание многих ученых. Обратные задачи превратились в междисциплинарную науку, популярное направление исследований в области вычислительной и прикладной математики.

**Актуальность** диссертации состоит в том, что вносится вклад в решение обратных задач для параболических уравнений на основе использования эффективных методов вычислительной математики. Актуальность темы исследования полностью раскрыта в диссертации и автореферате. В них подробно сформулированы цель и основные положения проведенного научного исследования, выносимые на защиту.

**Научная новизна работы** состоит в том, что разработаны эффективные вычислительные алгоритмы решения обратных задач для параболических уравнений. Подход основан на численной реализации дискретных аналогов рассматриваемых обратных задач с помощью прямых и итерационных методов решения систем алгебраических уравнений. Дискретизация обратных задач осуществлена с помощью методов конечных разностей, конечных элементов и бессеточного метода.

**Практическая ценность результатов диссертации.** Разработанные новые методы решения обратных задач для параболических уравнений дают возможность применения разработанных алгоритмов и программ в решении обратных задач теплофизики, теории фильтрации и распространения загрязнений в сплошных средах.

**Анализ содержания работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Во введении диссертант дает обзор работ, посвященных методам решения обратных задач. Глава 1 посвящена разработке итерационного метода решения обратной задачи идентификации неизвестного множителя правой части параболического уравнения, зависящей от пространственных переменных с помощью значения искомой функции в конечный момент времени. В главе 2 разработан вычислительный алгоритм одновременной идентификации множителей младшего (старшего) коэффициента и правой части параболического уравнения, зависящих от времени. Численному решению одномерной граничной обратной задачи и задачи продолжения для параболического уравнения посвящена глава 3. В главе 4 для численного решения ретроспективной обратной задачи теплопроводности предложены новые бессеточные методы, основанные на использовании локальных радиальных базисных функций. В каждой главе представлены результаты численной реализации предложенных вычислительных алгоритмов на модельных задачах с точными решениями, показывающие их хорошую точность и экономичность. В заключении приведены выводы диссертационной работы.

**Достоверность и обоснованность результатов и выводов** диссертации подтверждается использованием современных методов вычислительной математики, тестированием предложенных вычислительных алгоритмов решения обратных задач на модельных обратных задачах с точными аналитическими решениями и сравнения численных результатов новых методов с уже известными результатами других авторов. Публикации диссертанта в рецензируемых, в том числе высокорейтинговых, научных изданиях и активное участие в конференциях свидетельствуют о том, что научное сообщество в достаточной степени ознакомлено с результатами диссертации.

В работе следует отметить **следующие недостатки.**



1. В обзоре литературы не представлены работы М.М.Лаврентьева, В.Г. Романова, а также их учеников, которые внесли основной вклад в развитие теории обратных задач.
2. В работе нет примеров решения актуальных прикладных задач, в диссертации представлены только решения модельных задач.
3. В работе имеются орфографические и грамматические ошибки.
4. Не исследован численно вопрос устойчивости решения обратных задач к размеру области.
5. Шум в данных не нормирован относительно решения.

В работе развиваются новые, эффективные и востребованные численные методы решения обратных задач для параболических уравнений. Поэтому отмеченные недостатки в целом не снижают общую положительную оценку диссертационной работы.

Результаты диссертации могут быть использованы в институтах Российской академии наук (Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Институте вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Институте проблем нефти и газа СО РАН, Институте физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова и др.), МГУ им. М.В. Ломоносова, Московского физико-технического института, Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана.

Содержание диссертации полностью отражено в автореферате. Результаты, полученные в диссертационной работе, обсуждались на заседании семинара лаборатории обратных задач естествознания ИВМиМГ СО РАН от 4, протокол № 4 от 26.11.2019.

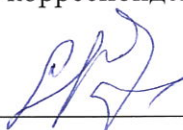
Считаем, что диссертация является законченной научно-квалификационной работой, выполнена на достаточно высоком научном уровне, соответствует всем требованиям ВАК РФ о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Автор диссертационной работы Су Линдэ заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

**Отзыв подготовили:**

главный научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук», член-корреспондент РАН, профессор, доктор физико-математических наук Кабанихин Сергей Игоревич, специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»;

заведующий лаборатории обратных задач естествознания Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук», доктор физико-математических наук Шишленин Максим Александрович, специальность 01.01.07 – «вычислительная математика».

Главный научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук», член-корреспондент РАН, профессор, доктор физико-математических наук

  
С.И. Кабанихин

Заведующий лаборатории обратных задач естествознания Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук», доктор физико-математических наук

  
М.А. Шишленин

Адрес: 630090 Новосибирск, Россия, проспект академика Лаврентьева, 6.

Телефон: 8-383 330-83-53

Факс: (8-383) 330-66-87

Адрес электронной почты: [contacts@ssec.ru](mailto:contacts@ssec.ru)

Веб-сайт: <https://icmmg.nsc.ru>

Подпись главного научного сотрудника ИВМиМГ СО РАН,  
член-корреспондента РАН, д.ф.-м.н., профессора  
Сергея Игоревича Кабанихина удостоверяю.  
Ученый секретарь ИВМиМГ СО РАН



Л.В. Вшивкова



## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Линдэ Су  
«Численное решение обратных задач для параболических уравнений»  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности  
05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

**Актуальность.** Работа посвящена построению, обоснованию и численной реализации эффективных численных методов решения обратных задач для параболических уравнений, имеющие приложения на практике. Исследованы четыре класса обратных задач:

- обратная задача по определению правой части параболического уравнения, зависящей от пространственных переменных;
- задача определения двух пар коэффициентов параболического уравнения, зависящих от времени;
- граничная обратная задача для одномерного параболического уравнения;
- ретроспективная обратная задача для параболического уравнения.

Данные обратные задачи находят своё применение на практике в различных областях науки и техники, они относятся к классу некорректных задач, и это требует разработки эффективных, устойчивых вычислительных алгоритмов их решения. Поэтому тема исследования диссертационной работы безусловно актуальна.

**Теоретическая значимость** полученных автором диссертационной работы результатов заключается в разработке новых эффективных численных методов решения обратных задач для параболических уравнений.

**Практическая значимость** результатов, полученных автором, определяется возможностью применения разработанных алгоритмов и программ для решения конкретных обратных задач теплофизики, теории фильтрации и распространения загрязнений в сплошных средах.

**Содержание работы.** Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключение и Списка литературы. Полный объем диссертации составляет 124 страницы, содержит 40 рисунков и графиков, 16 таблиц, библиография содержит 122 наименования.

В **главе I** разрабатывается итерационный метод решения обратной задачи идентификации неизвестного множителя правой части параболического уравнения, зависящей только от пространственных переменных. В качестве дополнительной информации используются значения решения прямой задачи в конечный момент времени  $T$ . Проведенные численные расчёты для одномерных и двумерных модельных задач, показали достаточно быструю сходимость и высокую точность предложенного метода.

В **главе II** разрабатывается вычислительный алгоритм одновременного определения младшего (или старшего) коэффициента и множителя правой части параболического уравнения, зависящих от времени. Метод заключается в представлении приближенного решения на верхнем временном слое в виде линейной комбинации трёх краевых задач для эллиптического уравнения. Численные примеры для модельных одномерных и двумерных обратных задач показали эффективность предложенного алгоритма.

**Глава III** посвящена численному решению одномерной граничной обратной задачи и задачи продолжения для параболического уравнения. Предложен численный метод, в основе которого лежит суперпозиция решений двух краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка на каждом временном слое. Эффективность предложенного метода демонстрируется вычислительным экспериментом на модельных примерах.

В **главе IV** предложен новый бессеточный метод, основанный на использовании локальных радиальных базисных функций, для численного решения ретроспективной обратной задачи теплопроводности. Хорошая точность и экономичность предложенного метода демонстрируется на модельных задачах с известными решениями.



На мой взгляд, **научная новизна** представленных результатов состоит в следующем:

1. предложен итерационный метод решения обратной задачи по определению множителя, зависящего от пространственных переменных, правой части параболического уравнения;
2. предложен вычислительный алгоритм одновременного определения младшего (или старшего) коэффициента и правой части параболического уравнения, зависящих от времени;
3. предложены численные методы решения задачи продолжения и граничной обратной задачи для параболического уравнения;
4. предложен бессеточный метод решения ретроспективной обратной задачи для параболического уравнения.

**Достоверность и обоснованность результатов и выводов**, сделанных в диссертационной работе, подтверждается использованием современных методов вычислительной математики, тестированием предложенных вычислительных алгоритмов на известных аналитических решениях модельных обратных задач.

После прочтения работы вынужден сделать несколько **замечаний**:

1. Во Введении отмечен большой вклад академика А.Н. Тихонова в область исследования и численного решения обратных и некорректных задач, но ничего не сказано о вкладе академика М.М. Лаврентьева и члена-корреспондента В.К. Иванова, нет ссылок на их работы. Думаю, их вклад в теорию и практику обратных и некорректных задач достоин изучения и упоминания. Так же, в качестве увеличения научного кругозора рекомендую автору обратить внимания на работы членов-корреспондентов В.В.Васина и В.Г. Романова и их учеников.
2. Стр. 13: Не могу согласиться с утверждением автора: «... *определение их решения сопряжено с трудностями: - обратные задачи являются нелинейными по существу!*»! Обратные задачи по определению краевых условий и правой части уравнения, как правило, являются линейными.
3. Стр. 26 и ниже: Автор пишет, что использует метод сглаживания Савицкого-Голея, однако, не даёт ни его описания, ни ссылки на соответствующую работу.
4. Автор для тестирования предлагаемых алгоритмов берёт точные аналитические решения обратной задачи. Чтобы приблизиться к практическому случаю решения обратной задачи, накидывает на дополнительную информацию случайную ошибку определённого уровня – 1-5%. В дальнейшем при численном решении для сглаживания дополнительной информации использует метод Савицкого-Голея. В таком случае получается, что сглаживание просто уменьшает уровень ошибки, например, была до сглаживания 5%, а после сглаживания – 1%. Встает вопрос о чувствительности предлагаемых алгоритмов к уровню шума.
5. В работе имеется большое количество опечаток и стилистических ошибок: пропущены запятые, рассогласование в падежах и прочее.

Так же хотелось бы сделать один **комментарий** по тексту работы:

- Автор предлагает методы решения обратных задач. Постановки обратных задач в его исследованиях общие, а не конкретные, взятые из конкретной практики. Автор исследует сходимости и точности предлагаемых методов решения на модельных примерах. В частности для области переменных  $(t, x)$  он выбирает область  $(0, 1) * (0, 1) * (0, 1) * (0, 1)$ . Что значит  $x=1$ ? Один миллиметр? Один метр? Один километр? Что значит  $t=1$ ? Одна секунда? Один час? Один год? Один век? Поясню на примере. Допустим, мы можем нагревать, как мы хотим, и измерять температуру тонкой железной фольги и толстого железного бруса. Если мы нагреем тонкую фольгу и толстый брус до определённой температуры, оставим их остывать, а затем через какое-то время измерим температуру фольги и бруса, чтобы решить ретроспективную задачу по определению начального распределения температуры в фольге и бресе, то, я думаю, обратную ретроспективную задачу по определению первоначальной температуры для



фольги мы не сможем решить уже для времен порядка нескольких секунд, а для бруса мы сможем решить эту же задачу для времен порядка одного часа. Т.е., важно исследование общих постановок обратных задач теплопроводности осуществлять для безразмерных постановок. Либо исследовать конкретную постановку обратной задачи для реалистичных данных (т.е., когда известны размеры области, времена протекания процесса, характерные величины искомым коэффициентов и т.д.). В этом случае, мы сможем понять, как зависит эффективность решения обратной задачи тем или иным методом в зависимости от параметров задачи: размер области, границы изменения коэффициентов уравнения и т.д.

Необходимо отметить, что указанные замечания могут быть легко устранены и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы. Высказанный комментарий имеет рекомендательный характер и относится, скорее всего, к дальнейшей работе автора.

**Заключение о работе.** Считаю, что представленная диссертация является завершённой научной работой, в которой решены важные научные задачи, имеющие практическую значимость. Диссертация выполнена на высоком научном уровне. Так же считаю, что основные результаты диссертационной работы изложены с достаточной полнотой в публикациях автора, прошли широкую апробацию на международных конференциях и семинарах. Автореферат достаточно полно и адекватно отражает основное содержание диссертационной работы.

Считаю, что работа Линдэ Су «Численное решение обратных задач для параболических уравнений» **соответствует** всем требованиям, предъявляемым к диссертационным работам на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, согласно п. 9. «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Правительством РФ (№842 от 24.09.2013 г.), с изменениями постановления Правительства Российской Федерации от 21 апреля 2016 г. №335 «О внесении изменений в Положение о присуждении ученых степеней», а ее автор, Линдэ Су, **заслуживает** присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

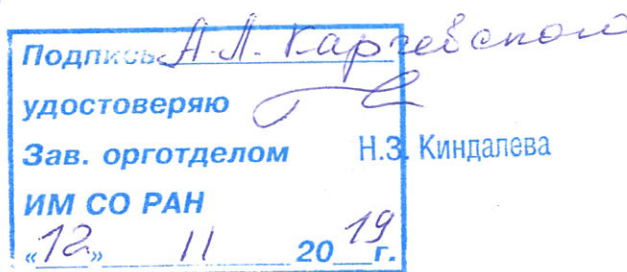
**Официальный оппонент:**

Профессор РАН, главный научный сотрудник ИМ им. С.Л.Соболева СО РАН

д.ф.-м.н.

Андрей Леонидович Карчевский

«12» ноября 2019 года  
телефон: +7 383 329 75 48  
e-mail: [karchevs@math.nsc.ru](mailto:karchevs@math.nsc.ru)



Карчевский Андрей Леонидович — доктор физико-математических наук по специальностям 25.00.10 «геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых» и 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», профессор РАН, главный научный сотрудник лаборатории обратных задач математической физики Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Адрес: 630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4, каб. 231;

Телефон: 8-383 333-28-92, факс: (8-383) 333-25-98

адрес электронной почты: [im@math.nsc.ru](mailto:im@math.nsc.ru); веб-сайт: <http://math.nsc.ru>

## Отзыв

Официального оппонента на диссертацию Су Линдэ  
«Численное решение обратных задач для параболических уравнений»,  
представленную на соискание  
ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

Обратные задачи в основном возникают, когда требуемые причинные характеристики процесса невозможно измерить непосредственно, что приводит к необходимости их восстановления по измерениям состояния системы. В настоящее время обратные задачи нашли широкое применение практически во всех областях научного исследования. Характерной особенностью обратных задач определения неизвестных параметров уравнений является их некорректность, заключающаяся в неустойчивости решения к малым погрешностям в исходных данных. В связи с этим для решения обратных задач применяют методы регуляризации.

Выделяют два подхода к численному решению обратных задач. При первом подходе алгоритм решения строят, получая основные соотношения и формулы (сопряженную задачу, задачу для приращения, формулу для вычисления градиента функционала) из дифференциальных уравнений, описывающих исследуемый процесс. Далее, для решения дифференциальных уравнений применяют численные методы. Во втором подходе для дифференциальных уравнений записываются дискретные аналоги, для которых ставятся обратные задачи. Решение обратной задачи получают обращением дискретных операторов перехода. В обоих подходах решение обратной задачи находят, используя метод регуляризации А.Н. Тихонова или, например, градиентные методы минимизации функционала, обладающие регуляризующими свойствами. Также широко применяют



прямые численные методы решения, основанные на принципе шаговой регуляризации процесса вычислений.

В диссертационной работе Су Линдэ второй подход развивается для обратных задач определения множителя правой части, зависящего от пространственной переменной, для одновременной идентификации двух коэффициентов параболического уравнения и для обратной задачи продолжения решения. Кроме того, в работе указанный подход развивается для решения ретроспективной задачи с использованием бессеточного метода решения дифференциальных уравнений. Разработка новых эффективных методов решения обратных задач в рамках общего подхода, несомненно, является **актуальной** задачей.

Вкратце охарактеризуем содержание и основные результаты диссертационной работы Су Линдэ.

**В первой главе** изучается одна из типичных обратных задач определения решения краевой задачи и правой части, зависящей от пространственных переменных, при известной дополнительной информации в конечный момент времени. При численном решении обратной задачи используется итерационный метод – метод сопряженных градиентов, основанный на самосопряженности дискретного оператора перехода. Параметром регуляризации при использовании таких методов является номер итерации, определяемый из условия согласования невязки с уровнем погрешности измеренных в эксперименте данных о состоянии системы. Автор приводит примеры численного решения одномерной и двумерной обратной задачи с имитацией погрешностей в данных различного уровня, показывающие возможность определения правой части для невысокого уровня погрешностей в данных.

**Во второй главе** диссертационной работы Су Линдэ разрабатывается алгоритм численного решения обратной задачи одновременного определения правой части и младшего (старшего) коэффициента, зависящих от времени при известных дополнительных информациях в двух точках области на всем

временном промежутке. Подобный алгоритм был впервые предложен профессором П.Н.Вабищевичем для определения только правой части параболического уравнения, представляя решение в виде суперпозиции двух функций. Отличительной особенностью разработанного алгоритма одновременной идентификации правой части и младшего (старшего) коэффициента Су Линдэ является представление решения как суммы трех функций и решение трех эллиптических уравнений. Приведены примеры численного решения одномерных и двумерных обратных задач разработанными алгоритмами, демонстрирующие их эффективность.

**Третья глава** посвящена развитию предлагаемого вычислительного алгоритма для численного решения обратной задачи идентификации граничного условия, зависящего от времени и задачи продолжения решения.

От множества методов решения подобных задач предлагаемый алгоритм прямого численного метода отличается простотой в сочетании с высокой эффективностью при выборе шага по времени и точки наблюдения. Представлено сравнение результатов решения обратной граничной задачи от выбора точки наблюдения на границе и в области решения.

**В четвертой главе** для решения ретроспективной задачи предлагается новый бессеточный метод на основе локальных радиальных базисных функций. Бессеточный метод незаслуженно мало применяют даже для решения прямых задач, не говоря о решении обратных задач. Предлагаемый бессеточный метод решения ретроспективной задачи отличается новизной построения алгоритма решения. Предлагается сравнительный анализ предлагаемого метода решения с другими методами решения ретроспективных задач на абсолютные и среднеквадратичные ошибки и на скорость вычисления ЭВМ.

После анализа диссертационной работы Су Линдэ можно сделать следующие выводы:

1. На основе метода сопряженных градиентов разработан итерационный метод, численного решения обратной задачи теплопроводности определения



множителя в правой части уравнения, зависящего от пространственных переменных.

2. Предложен новый вычислительный алгоритм одновременного определения в уравнении теплопроводности коэффициента и правой части, зависящих от времени.

3. Разработанный вычислительный алгоритм обобщен для решения обратной задачи продолжения решения и граничной обратной задачи.

4. Для решения ретроспективной обратной задачи разработан новый эффективный бессеточный метод на основе применения локальных радиальных базисных функций.

5. Достоверность полученных численных результатов обеспечивается сравнением с аналитическими решениями по абсолютной и среднеквадратичной ошибке.

**По работе имеются следующие замечания:**

1. При решении обратных итерационными методами процесс уточнения решения прекращают, согласуя значение невязки с уровнем погрешности дополнительных данных. В главе 1 в разработанном алгоритме решения обратной задачи не описан критерий прекращения итерационного процесса при наличии погрешности в исходных данных.

2. Для обратных задач одновременного восстановления коэффициентов уравнения, зависящих от времени, приведены условия единственности решения, но не приводятся условия устойчивости решения, что затрудняет понимание некоторых результатов работы.

3. На рисунке 2.14 (a,b,c,d) при идентификации коэффициентов с зашумленными входными данными наблюдаются большие осцилляции на конце временного интервала. Желательно было бы привести объяснение этому факту.

4. В работе имеются грамматические, стилистические и редакционные погрешности. Например, на странице 37 строка 8 пропущен предлог от «..., зависящих только времени является наиболее простым», на странице 24

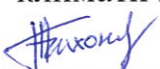
строка 5 присутствует грамматическая ошибка «... оператор перехоа...», в списке литературы некорректно записаны инициалы академика А.Н. Тихонова «Tikhonov A.V., Arsenin V.Y. Solution of Ill-posed Problems. Scripta series in mathematics. — Vh Winston, 1977.».

Приведенные замечания не снижают общую высокую оценку выполненных исследований.

**Заключение о работе.** Сделанные выводы отражают квалификацию Су Линдэ, вполне соответствующей ученой степени кандидата наук. Представленные в работе исследования обладают научной новизной и достоверностью, полученные выводы обоснованы и отражены в научной печати в высокорейтинговых научных изданиях. Автореферат адекватно отражает содержание диссертационной работы.

Считаю, что диссертационная работа «Численное решение обратных задач для параболических уравнений» является научно-квалификационной работой, соответствующей требованиям п.9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к диссертациям, а ее автор Су Линдэ заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

**Официальный оппонент:**

Научный сотрудник лаборатории климатических испытаний Института проблем нефти и газа СО РАН к.т.н.  Роман Семенович Тихонов

«27» ноября 2019 года

телефон: 8 (4112) 35-76-58

e-mail: [roman\\_tikhon@mail.ru](mailto:roman_tikhon@mail.ru)

Подпись к.т.н. Р.С.Тихонова заверяю

Начальник отдела кадров ИПНГ СО РАН



П.И. Копырина



Тихонов Роман Семенович — кандидат технических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», научный сотрудник лаборатории климатических испытаний Института проблем нефти и газа Сибирского отделения Российской академии наук - обособленное подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федеральный исследовательский центр «Якутский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук».

Адрес: 677007 Якутск, ул. Автоторожная, д.20, каб. 319;

Телефон: 8 (4112) 35-76-58

факс: 8 (4112) 35-76-58

адрес электронной почты: roman\_tikhon@mail.ru

веб-сайт: <http://ipng.ysn.ru/>

## ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Су Линдэ

**«Численное решение обратных задач для параболических уравнений»**,  
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук  
по специальности: 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ»

Предметом диссертационного исследования Су Линдэ являются разработка эффективных численных методов решения некоторых обратных задач для параболических уравнений. В настоящее время данная проблема активно изучается математиками и специалистами проектных организаций в связи с приложениями, например, в расчете теплопереноса, и поэтому актуальность проведенного автором исследования не вызывает сомнений.

В диссертации Су Линдэ построены новые эффективные вычислительные алгоритмы решения обратных задач для параболических уравнений:

1. Для численной реализации конечно-разностного аналога обратной задачи определения правой части параболического уравнения, зависящей только от пространственных переменных, предложен итерационный метод сопряженных градиентов.

2. Разработан вычислительный алгоритм одновременной идентификации множителей младшего/старшего коэффициента и правой части параболического уравнения, зависящих от времени.

3. Для численного решения граничной обратной задачи и задачи продолжения для параболического уравнения предложен эффективный численный метод.

4. Предложены новые бессеточные методы численного решения ретроспективной обратной задачи теплопроводности.

Достоверность полученных диссертантом научных результатов подтверждается использованием современных методов вычислительной математики, тестированием предложенных вычислительных алгоритмов решения обратных задач для параболических уравнений на модельных обратных задачах с точными аналитическими решениями.

Защищаемые положения диссертации прошли апробацию на 8 международных конференциях и семинарах, материалы диссертации опубликованы в 8 печатных работах, в том числе 3 статьях в журналах, рекомендованных ВАК, и 5 статьях в журналах, индексируемых в Web of Science и Scopus, 2 из которых опубликованы в журналах 1



квартеля WoS. Основные результаты, представленные в диссертации, получены в рамках выполнения Мегагранта Правительства РФ и грантов РФФИ.

В качестве замечания на автореферат, не снижающего научной и практической значимости работы, стоит отметить наличие грамматических ошибок и лаконичность описания вычислительных алгоритмов и обсуждения результатов вычислительного эксперимента.

Содержание автореферата свидетельствует о том, что диссертация Су Линдэ представляет собой законченное научное исследование, выполненное на высоком уровне, отвечающее всем требованиям п.9 «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Су Линдэ заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Я, Марчук Игорь Владимирович, даю согласие на включение своих персональных данных в документах, связанных с защитой диссертации Су Линдэ и их дальнейшую обработку.

Декан механико-математического факультета  
Новосибирского государственного университета,  
Тел. +79139058917, e-mail: marchuk@itp.nsc.ru  
д.ф.-м.н., профессор РАН,  
16.12.2019.

Марчук Игорь Владимирович



Почтовый адрес: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»

630090, Новосибирская область, г. Новосибирск, ул. Пирогова, д. 1.

Сайт: <http://www.nsu.ru/>

Тел.: +7 (383) 363 40 00, [rector@nsu.ru](mailto:rector@nsu.ru)

Подпись И.В. Марчука удостоверяю

Ученый секретарь НГУ,

к.х.н.

Место для гербовой печати



Тарабан Елена Анатольевна