

УТВЕРЖДАЮ

Директор Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук»



Академик РАН С.С. Гончаров  
08.08.2021 г.

## О Т З Ы В

ведущей организации на диссертационную работу Тырылгина Алексея Афанасьевича “Многомасштабные методы решения задач пороупругости в неоднородных средах”, представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Целью исследования представленной диссертационной работы является разработка многомасштабных методов решения задач течения жидкости и геомеханики в неоднородных и трещиноватых средах. Практические задачи этого типа востребованы, например, при математическом моделировании различных процессов добычи углеводородного сырья, при строительстве инженерных сооружений и разработке оптимальных способов разработки месторождений.

Современные композитные и многофункциональные материалы, модели геологических сред отличаются неоднородностью, трещиноватой микроструктурой и высокой контрастностью физических свойств. В связи с этим для численного моделирования, в том числе и для задач течения жидкости и геомеханики в трещиноватых и неоднородных пористых средах, должны использоваться достаточно мелкие сетки, которые позволяют учесть мелкомасштабные особенности. Дискретная постановка таких задач приводит к системе уравнений большой размерности, численной решение которых вычислительно затратно. Исследуемые в диссертационной работе многомасштабные методы позволяют значительно уменьшить размерность задачи. Их разработка ведётся для реальных приложений. Следовательно, тематика представленной диссертационной работы является актуальной.

Научная новизна работы состоит в разработке эффективных вычислительных алгоритмов многомасштабных методов решения задач пороупругости в неоднородных средах. Автором разработаны и верифицированы соответствующие комплексы программ.

Считаем, что полученные в диссертационной работе результаты являются новыми, а проведенные численные расчеты представляют большой практический интерес для численного решения задач моделирования в пороупругих, неоднородных и трещиноватых средах.

Диссертационная работа состоит из Введения, четырех глав, Заключения и Списка литературы.

Во Введении дается обоснование актуальности исследований, ее новизны, теоретической значимости и практической значимости, апробации, приводится достаточно содержательный обзор литературы. В конце введения формулируются цели работы, выносимые на защиту положения, и дается краткое изложение содержания четырех основных глав.

В первой главе рассматриваются четыре задачи. Задачи 1-3 посвящены численному моделированию задач пороупругости для трёх типов сред: пороупругость в неоднородной среде, пороупругость в трещиноватых средах и пороупругость в мультиконтинуумных средах. Апроксимация мелкой сетки происходит с помощью метода конечных элементов. Задача 4 – задача для вязкопороупругой среды. В этом случае считается, что в грунте происходят процессы как первичной, так и вторичной консолидации. В качестве модели вторичной консолидации, автором используется модель Кельвина-Фойгта.

Вторая глава представляет метод численного усреднения для задач пороупругости в неоднородных средах. Автор предлагает вычислять макроскопические коэффициенты с помощью решения локальных задач для каждой ячейки грубой сетки. Представлены численные результаты для 2D и 3D модельных задач.

В третьей главе даётся описание механизма течения жидкости и деформации в пористых средах. Для аппроксимации грубой сетки предлагается использовать обобщенный многомасштабный метод конечных элементов. Предлагаемый метод решает задачу на грубой сетке путем построения локальных многомасштабных базисных функций для функций давления и перемещения.

Содержание четвертой главы составляет решение трёх задач пороупругости в неоднородных и трещиноватых средах с помощью обобщенного многомасштабного метода конечных элементов. Задача 1 – моделирование задачи потока и геомеханики для трещиновато-пористых сред. Исследуется влияние трещины в зависимости от однородности и неоднородности среды и количества многомасштабных базисных функций. Задаче 2 посвящена решению задачи пороупругости для мультиконтинуумных сред. Математическая модель задаётся системой уравнений для давлений в каждом континууме и уравнением для перемещений. Выделяются основные типы связи мультиконтинуума: связь перемещения и давления с помощью условия массопереноса, и связь перемещения и давления с помощью сжимаемости среды и объемной силы, которая пропорциональна градиенту давления. Приводятся относительные погрешности между эталонным решением на мелкой сетке и представленной аппроксимацией на грубой сетке с различным количеством многомасштабных базисных функций. В Задаче 3 рассмотрена встроенная модель трещины при моделировании задачи пороупругости.

В Заключении кратко сформулированы основные результаты работы.

Список литературы содержит 131 наименование, включая публикации автора диссертационной работы. Данный список можно считать достаточными и адекватно отражающим текущее состояние исследований по обсуждаемой тематике и смежным вопросам.

Нужно отметить, что достоверность и обоснованность представленных результатов подтверждается хорошим совпадением полученных результатов с результатами счетов на подробных сетках. Результаты опубликованы в отечественных научных журналах из списка ВАК и в зарубежных научных журналах, входящих в базы Web of Science и Scopus. Автор неоднократно выступал на международных и российских конференциях, им получено свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Автореферат адекватно отражает содержание диссертационной работы.

Основные замечания по диссертационной работе относятся к стилю изложения представленной работы:

1. При формулировке различных исследуемых задач в каждой главе автор постоянно сообщает читателю диссертационной работы, что  $\lambda$  и  $\mu$  – это параметры Ламе, которые связаны с модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$ , которые в свою очередь могут быть выражены через модули объемного сжатия  $K$  и сдвига  $G$ , что  $u$  – это вектор перемещений,  $p$  – поровое давление жидкости, а  $\sigma_T$  – тензор напряжений, и т.д.. С другой стороны, читатель узнает, что обозначение  $\mathcal{I}$  использовано автором для обозначения единичного тензора, только во второй главе диссертационной работы.
  2. Рисунок 4.1 содержит надписи на английском языке, что не является хорошим стилем изложения материала для диссертационной работы на русском языке.
  3. Часть рисунков представлены в достаточно мелком виде, что затрудняет их анализ и сравнение.

В целом можно констатировать, что диссертационная работа выполнена на хорошем математическом и вычислительном уровне, содержит новые, интересные результаты. Указанные выше замечания не умаляют её достоинства.

Считаем, что диссертационная работа А.А. Тырылгина “Многомасштабные методы решения задач пороупругости в неоднородных средах” является законченной научно-квалификационной работой, имеющей научное и практическое значение и соответствует всем требованиям «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Главный научный сотрудник ИМ СО РАН  
д.ф-м.н., доцент, Профессор РАН

А.Л. Карчевский



Подпись Н. Н. Каргаполов  
удостоверяю С  
Зав. орготделом Н.З. Киндалева  
ИМ СО РАН  
«08» 02 2021 г.