

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационной работу
Алексеева Валентина Николаевича

«Многомасштабные методы для задач течения и переноса в неоднородных средах»

представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Актуальность темы исследования. Диссертационная работа Алексеева Валентина Николаевича посвящена численному решению задач течения и переноса в перфорированных и неоднородных средах с использованием многомасштабных методов. Численное моделирование задач течения и переноса в неоднородных и перфорированных областях играет центральную роль при решении ряда прикладных задач, например в моделировании геотермальных месторождений и т.д. Во многих реальных приложениях встречаются математические модели в перфорированных областях, в которых могут возникать неоднородные граничные условия при моделировании в масштабе пор, в тонких областях, которые связаны с трещинами и имеют сложную геометрию с очень малой толщиной, в неоднородных средах, где может наблюдаться высокий контраст свойств среды. Рассмотренные процессы обладают многомасштабными свойствами, где решение данного типа задач прямым методом приводит к большим дискретным системам и требует больших вычислительных ресурсов. Эту проблему можно решить с разработкой многомасштабных методов, которые позволяют аппроксимировать задачу на грубых сетках с использованием специальных многомасштабных базисных функций, учитывающих локальные неоднородности. В связи с этим, нет сомнений в актуальности настоящей диссертационной работы.

Работа состоит из введения, пяти глав, заключения и двух приложений, изложена на 164 страницы. Список литературы включает в себя 116 наименований.

Во **введении** обосновываются цели и задачи работы, дается краткая характеристика процессов переноса и течения, мотивируется актуальность задачи, кратко излагается содержание диссертации по главам. Формулируются основные научные результаты и положения, выносимые на защиту.

Первая глава состоит из двух разделов и посвящена исследованию многомасштабных методов для задач течения и переноса в перфорированных средах. В первом разделе приведено подробное описание смешанного обобщенного многомасштабного метода конечных элементов (mixed GMsFEM) для решения уравнения Дарси. Во втором разделе подробно изучается многомасштабный метод разрывного Галеркина (DG-GMsFEM) для уравнений Стокса.

Вторая глава диссертации посвящена разработке многомасштабного метода разрывного Галеркина для задач в перфорированных областях с неоднородными граничными условиями на них. Численное исследование представленного метода проводилось для решения пяти модельных задач: эллиптических и параболических уравнений, уравнений упругости, термоупругости и конвекции-диффузии. Построены многомасштабные базисные функции для внешней границы и границы перфорации отдельно. Представлены численные результаты для однородных и неоднородных граничных условий.

В третьей главе представлен многомасштабный метод для задач течения и переноса в тонких областях. Представлены два типа построения многомасштабных базисных функций для скорости и концентрации, где первый тип основан на разделении параметров макромасштаба по направлению потока для скорости и по типу границы для переноса, а второй тип основан на подходе, сочетающем все возможные направления в локальной области. Представлены результаты для трех тестовых геометрий.

В четвертой главе рассматривается упрощенная задача магнитной гидродинамики (МГД). Для решения нелинейной системы используется итерация Пикара для разделения уравнений. Чтобы уменьшить размер дискретной системы применяется смешанный обобщенный многомасштабный метод.

В пятой главе разрабатывается алгоритм многомасштабного метода для решения задач тепломассопереноса в неоднородных средах.

В приложении приводятся постановка дополнительных модельных задач и их аппроксимация на мелкой и грубой сетке, а также представлено описание вычислительной библиотеки для численного моделирования задачи течения в перфорированных и неоднородных областях с использованием обобщенного многомасштабного метода разрывного Галеркина.

Научная новизна полученных результатов. Автором диссертационной работы получены следующие новые результаты:

- Разработан обобщенный многомасштабный метод разрывного Галеркина для задач течения и переноса в перфорированных и тонких

областях с разными типами построения многомасштабных базисных функций.

- Применен смешанный многомасштабный метод для упрощенной задачи магнитной гидродинамики в перфорированных областях.
- Проведена численная реализация математической модели Бринкмана и процессов теплопереноса в неоднородных средах с применением обобщенного многомасштабного метода разрывного Галеркина.

Достоверность и степень обоснованности. Все указанные результаты были доложены на международных и всероссийских конференциях, опубликованы в иностранных и российских рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК (ВАК, Scopus и Web of Science), а также были получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

О достоверности и степени обоснованности полученных результатов свидетельствует использование корректно построенных математических моделей, вычислительные эксперименты и сравнение результатов, полученных с использованием предлагаемых моделей и методов, с результатами прямого численного моделирования методом конечных элементов на эталонной сетке.

Замечания по диссертационной работе. К работе можно сформулировать ряд замечаний:


- В ряде случаев присутствуют, на взгляд рецензента, стилистические недочеты, которых легко можно было бы избежать. В частности, используются такие термины как «пространство сэпшот», шаг по времени называется временным слоем (стр. 21) и ряд других.
- В диссертации присутствуют ссылки на основные работы по ее тематике. Однако отсутствуют ссылки на первичные работы в области, в частности, на работы Р.П. Федоренко конца 1970-х годов по методу конечных суперэлементов, который является одним из первых примеров многомасштабных методов конечных элементов в современном понимании этого термина.
- Рассмотренные автором методы достаточно сложны с технической точки зрения. По этой причине в работе было бы уместно рассмотреть алгоритмические вопросы, связанные с его программной реализацией.

Указанные замечания не снижают высокого научного уровня представленной диссертации и ее общей положительной оценки.

Заключение. Диссертационная работа Алексева Валентина Николаевича на тему: «Многомасштабные методы для задач течения и

переноса в неоднородных средах» соответствует основным требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор - Алексеев Валентин Николаевич заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

 / Савенков Е.Б./

«25» ноября 2021 г.

Подпись Савенкова Е.Б. удостоверяю.

Ученый секретарь
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
к.ф.-м.н.



А.А. Давыдов