

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу
Никифорова Дьулуста́на Яковлевича
«Многомасштабный метод на неструктурированных сетках
для решения задач в неоднородных средах»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ.

Актуальность темы исследования. Диссертационная работа Д.Я. Никифорова посвящена разработке и исследованию вычислительных алгоритмов обобщенного многомасштабного метода конечных элементов (ОММКЭ) применительно к задачам фильтрации с трещинами и к задачам теплопроводности в системе грунт-труба. В вычислительном плане следует особо отметить оригинальные исследования, относящиеся к неструктурированным сеткам и к бессеточному методу на грубом масштабе. Развитие многомасштабных методов является важным направлением в научных вычислениях. Многие задачи, описывающие различные физические процессы, являются многомасштабными. Отдельно можно выделить задачи многомасштабного анализа композитных сред с учетом микроструктуры и задачи с существенно неоднородными материальными параметрами. При стандартном сеточном описании всех мелких неоднородностей и включений в таких задачах при учете трехмерной микроструктуры в результате получаются очень большие системы уравнений, которые являются вычислительно достаточно трудоемкими. Одним из направлений по решению данной проблемы является разработка многомасштабных методов. Основная цель работы Д.Я. Никифорова как раз и состоит в разработке новых и эффективных алгоритмов многомасштабных методов, которые можно было бы использовать на практике. В связи с этим, *диссертационная работа Д.Я. Никифорова несомненно является актуальной.*

Содержание работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения, которая содержит 145 наименований. Работа объемом 141 страниц содержит 47 рисунков и 12 таблиц.

Во **введении** дан обзор литературы по теме диссертации, обоснована актуальность, сформулированы цели и задачи, представлены научная новизна и

практическая значимость работы и кратко изложено содержание работы по главам.

Первая глава посвящена решению нестационарной задачи фильтрации в трещиноватой среде с использованием модели дискретных трещин (МДТ), неявной схемы интегрирования по времени и стандартного метода конечных элементов на подробной расчетной сетке. Неоднородностью в данной задаче является дискретная сеть трещин, которая моделируется явным образом. Проведено численное исследование влияния контраста между проницаемостями пористой среды и сети трещин на решение задачи итерационным методом. В главе также достаточно подробно описан используемый итерационный метод, вычислительные технологии и специализированное программное обеспечение открытого доступа. Продемонстрированы результаты решения как двумерных, так и трехмерных задач с использованием линейных треугольных (для 2D задач) и тетраэдральных (для 3D задач) конечных элементов, а также, по-видимому, согласованными с пространственными одномерными конечными элементами для трещин. Оценены вычислительные затраты при различных сетках по числу процессоров, по числу итераций и по времени расчетов.

Вторая глава посвящена обобщенному многомасштабному методу конечных элементов (ОММКЭ). На примере двумерной задачи однофазной фильтрации в трещиноватой среде, описанной в предыдущей главе, но с другими граничными условиями и без пространственных источников, приведен алгоритм построения многомасштабных базисных функций и основных этапов решения задачи по ОММКЭ. Предлагаются различные подходы грубых расчетных сеток: структурированные треугольные и квадратные сетки, а также новые авторские квазиструктурированные и неструктурированные сетки. Проведены численные исследования и представлены результаты сравнения решений, полученных с помощью ОММКЭ при различных видах грубых сеток между собой и с решениями на мелкой сетке.

В **третьей главе** предлагается новое расширение ОММКЭ с использованием бессеточного метода на грубом масштабе. Данный подход позволяет использовать многомасштабный метод без предварительной передискретизации сетки с учетом мелких и грубых элементов расчетной сетки. Грубые элементы строятся поверх мелкой сетки и могут располагаться произвольно по расчетной области, что позволяет сгущать их и тем самым повышать точность вычислений. Представлены разработанные и использованные алгоритмы и программы. Проведена реализация этого нового метода как для двумерных по пространственным переменным задач, так и для

трехмерных. Представлены результаты расчетов задачи фильтрации в трещиноватой среде, дан анализ полученных результатов и их сравнение с результатами методов из второй главы. Отмечено, что полученные результаты численных исследований позволяют сделать вывод о высокой точности и эффективности разработанных бессеточных многомасштабных методов.

Четвертая глава посвящена численному решению задачи теплопереноса с фазовыми переходами бессеточным ОММКЭ с дополнительными базисными функциями. Теплоперенос в системе труб учитывается явным образом по аналогии течения в трещинах. Проведенные численные исследования метода здесь также показали высокую точность бессеточного подхода при использовании дополнительных упрощенных многомасштабных базисных функций.

В автореферате и в диссертации корректно представлены основные результаты, содержащие **научную новизну и научную значимость**, но особо следует отметить разработку в обобщенном многомасштабном методе конечных элементов квазиструктурированных и неструктурированных сеток и бессеточных многомасштабных методов. Большое число различных подходов и методов, реализованных в авторских программах, и результаты большого числа вычислительных экспериментов крайне положительно характеризует диссертационную работу.

Разработанные новые подходы могут быть перенесены и на другие задачи математической физики, в том числе и на векторные задачи, что дополнительно повышает значимость работы. Отмеченные применения обуславливают и практическую значимость представленного диссертационного исследования.

Достоверность и степень обоснованности. Все полученные в ходе диссертационной работы результаты и выводы являются оригинальными и **обоснованными**. **Достоверность результатов** диссертации обеспечивается строгой математической постановкой задач, применением математически обоснованных численных методов решения, сравнением результатов, полученных на основе различных численных подходов.

Основные указанные результаты работы были доложены на международных конференциях и опубликованы в 9 научных работах в рецензируемых изданиях, включенных в перечень ВАК (ВАК, Web of Science и Scopus). Также по результатам работы получены 4 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Несмотря на общее положительное впечатление от представленного исследования, по диссертационной работе и ее автореферату имеется ряд замечаний.

1. Математическая модель трещин в трещиноватой среде имеется только в слабой постановке задачи, но отсутствует в континуальной постановке, что кажется нелогичным.
2. Во всех задачах использовалась однотипная и достаточно простая дискретизация по времени, тогда как по пространственным координатам применялись различные методы аппроксимации. Было бы полезным более подробно объяснить выбор схемы интегрирования по времени и привести анализ результатов при различных шагах по времени. (Нет даже описания, что означает верхний индекс при аппроксимации по времени, хотя это и ясно.)
3. Первая глава выглядит несколько обособленной от второй и третьей глав, хотя задачи для трещиноватых сред в этих главах в целом однотипны. Так в первой главе имеются пространственные источники (скважины), а в последующих главах их нет. В первой главе используются только естественные нулевые граничные условия, а в последующих главах источниками появляются и ненулевые главные граничные условия. В первой главе используются размерные входные величины, а в последующих – безразмерные (но без указания параметров обезразмеривания). Как представляется, было бы логичнее в главах 1-3 рассматривать более одинаковые задачи.
4. Рисунки 1.4, 1.6, 4.7 в диссертации (рисунки 1, 2 в автореферате) выиграли бы в информативности, если бы были представлены в одной шкале. Хорошо было бы дать и физическое объяснение различной «размытости» цветовой палитры в картине поля давления в зависимости от параметра контраста.
5. На основании рисунков распределения поля давления во второй и в третьей главе также было бы полезным дать физическое объяснение полученных результатов, в том числе отметить, как влияют связанные и несвязанные между собой трещины на результаты.
6. При анализе результатов расчетов по различным вариантам обобщенного многомасштабного метода конечных элементов временные затраты являются также важной характеристикой методов, но они не представлены (кроме главы 1).
7. Имеется ряд грамматических и стилистических помарок в автореферате и в диссертации, перечислять которые, наверное, нет большого смысла. По-видимому, это вызвано набором текста в LaTeX без проверки синтаксиса.

Кроме того, для печатных вариантов автореферата и диссертации обозначения цифр в цветовых шкалах во многих рисунках плохо читаемы.

Указанные замечания не затрагивают основных результатов диссертационной работы и не влияют на ее общую положительную оценку.

Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации и адекватно отражает основное содержание работы. Работа соответствует новому паспорту специальности и содержит все три составляющие названия специальности.

Заключение. На основании изложенного считаю, что диссертационная работа Дьулустана Яковлевича Никифорова на тему «Многомасштабный метод на неструктурированных сетках для решения задач в неоднородных средах» полностью соответствует Положению ВАК о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

«30» марта 2023 г.

Даю согласие на обработку своих персональных данных

Официальный оппонент

_____ Наседкин Андрей Викторович

доктор физико-математических наук
(специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела),
профессор по кафедре математического моделирования,
зав. кафедрой «Математическое моделирование»
Института математики механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича
ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет»,
телефон: 8(863) 2975 111,
e-mail: avnasedkin@sfedu.ru,
адрес 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а, а. 219.



исх. Наседкина А.В.
Член Совета
Южного федерального университета
Мирошниченко О.С.

31.03.2023