

На правах рукописи

Степанов Сергей Павлович

**Численное моделирование трехмерных задач
тепло– и массопереноса в криолитозоне**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Якутск – 2017

Работа выполнена на научно-исследовательской кафедре вычислительных технологий Института математики и информатики Северо-Восточного федерального университета имени М.К. Аммосова.

Научный руководитель: **Вабищевич Петр Николаевич**
доктор физико–математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Колдоба Александр Васильевич**,
доктор физико–математических наук, с.н.с
ФГАОУ ВО «Московский физико–технический
институт (государственный университет)»
Рожин Игорь Иванович,
доктор технических наук, доцент
ФГБУН «Институт проблем нефти и газа»
Сибирского отделения Российской академии наук

Ведущая организация: ФГБУН «Институт физико-технических проблем
Севера имени В.П. Ларионова»
Сибирского отделения Российской академии наук

Защита состоится «26» января 2018 года в «15:00» часов на заседании диссертационного совета Д 212.306.04 при СВФУ им. М.К. Аммосова, расположенном по адресу: 677000, г. Якутск, ул. Белинского 58, зал заседаний Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке СВФУ им. М.К. Аммосова, 677000, г. Якутск, ул. Белинского, 58 и на сайте университета по адресу <https://s-vfu.ru/upload/iblock/303/30383439c7b5e005130f5f331484fd02.pdf>

Автореферат разослан «24» ноября 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д.ф.-м.н.



Саввинова Н.А.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. При промышленном освоении северных территорий страны важное значение приобретают вопросы устойчивости инженерных сооружений и зданий. Основными особенностями проектирования, строительства и эксплуатации объектов на многолетнемерзлых грунтах являются необходимость учета теплообмена с окружающей средой. Прикладные исследования этой проблемы чаще всего основаны на предположении о стационарности процесса теплообмена и не обеспечивают необходимую точность прогноза. Возникает необходимость составления прогноза динамики изменения температурного режима грунтов, что является необходимым элементом инженерно-геологического обоснования строительства геотехнических объектов в условиях криолитозоны.

Многолетнемерзлые грунты характеризуются различным происхождением, неравномерностью мощности, наличием локализованных таликов, большим диапазоном температурного режима, различной льдонасыщенностью, структурно-текстурными особенностями и большим разнообразием состава и других свойств. Исследования в этом направлении обобщены в монографиях О. Андерсланда, Г.А. Аксельруда, В.Н. Ашихмина, Л.М. Батунера, Н.М. Беляева, Р. Берда, В.И.Васильева, Ю.М. Дядькина, Н.С. Иванова, А.В. Павлова, П.П. Пермякова, Г.Г. Цыпкина. Изучение состава, состояния, строения и температурного режима вечномерзлых грунтов на территории строительства представляет собой большую и самостоятельную задачу. Характеристики вечномерзлых грунтов могут изменяться как в пространстве, так и во времени. Указанные изменения в зависимости от вызывающих их факторов можно разделить на две группы:

- изменение температурного режима грунта в связи с естественными изменениями природной среды;
- изменения, происходящие в результате воздействия внешних факторов (строительство и т.д.).

Без прогноза динамики изменения этих факторов надежное и экономичное строительство и эксплуатация проектируемых объектов практически невозможно. Это подтверждается весьма значительной долей деформируемых и разрушаемых инженерных объектов, сооружаемых на многолетнемерзлом грунте (вечной мерзлоте). Прогнозирование температурного режима грунта является ключевой задачей для обеспечения сохранности при строительстве зданий и сооружений в регионах Крайнего Севера. Тепловые расчеты имеют огромное практическое зна-

чение в мерзлотоведении, так как именно они необходимы для прогнозирования изменения теплового режима грунта при строительстве в условиях криолитозоны. Численное исследование теплофизических процессов проводятся в ведущих научных центрах.

В различных областях прикладной науки большое количество проблем возникает при решении задач с фазовыми превращениями. Граница фазового перехода зависит от времени и ее местоположение должно определяться как часть решения, тем самым такие задачи являются нелинейными. В общем случае нелинейность, связанная с фазовыми превращениями, значительно усложняет анализ этого класса задач. Для математического моделирования процессов теплопереноса с фазовыми переходами широко используется классическая модель Стефана с постоянной температурой на границе фазового перехода. Корректность постановки задачи Стефана изучалась в работах О.А. Олейник, А.М. Мейрманова, Л.И. Рубинштейна и др.

При построении дискретных аналогов задач типа Стефана широкое распространение получили численные методы сквозного счета, которые основаны на введении δ -функции с дальнейшим ее размазыванием в окрестности температуры фазового перехода, впервые предложенные в работах О.А. Олейник, С.Л. Каменостской, Б.М. Будака, А.А. Самарского.

Цель диссертационной работы состоит в разработке математических моделей, вычислительных алгоритмов для задач тепло- и массопереноса в проблеме рационального природопользования в условиях криолитозоны. Для достижения поставленной цели сформулированы следующие задачи исследования:

- разработка математических моделей процессов тепло- и массообмена для зданий и сооружений в криолитозоне;
- разработка вычислительных алгоритмов и программного обеспечения для решения нестационарных нелинейных задач тепло- и массопереноса с учетом фазовых переходов;
- численные решения прикладных задач криолитозоны.

Научная новизна и практическая значимость. Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

- Построены математические модели для численного решения задач теплопереноса в грунтах в условиях криолитозоны, учитывающие основные климатические параметры региона, теплоперенос внутри здания с учетом толщи-

ны и характеристик материала;

- Разработаны конечно-элементные вычислительные алгоритмы сквозного счета для численного исследования двух- и трехмерных моделей теплопереноса в вечномерзлых грунтах с учетом фазового перехода, а также для численного решения задачи свободной конвекции;
- Проведено моделирование температурного режима грунта насыпи железно-дорожного полотна в условиях криолитозоны по экспериментальным данным Института мерзлотоведения СО РАН, а также дана расчетно-теоретическая оценка теплопотерь зданий в условиях криолитозоны.

Проведенные тепловые расчеты имеют практическое значение в мерзлотоведении, они необходимы для прогнозирования изменения теплового режима при строительстве в условиях криолитозоны.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

- XXI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов», Москва, 2014;
- X Международная конференция «Сеточные методы для краевых задач и приложения», Казань, 2014;
- Всероссийский конгресс молодых ученых, Санкт-Петербург, 2015;
- Международная конференция "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики Новосибирск, 2015;
- III Международная конференция «Суперкомпьютерные технологии математического моделирования», Москва, 2016;
- Sixth Conference on Numerical Analysis and Applications, Lozenetz, Bulgaria, 2016;
- Eighth Conference of the Euro-American Consortium for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, Albena, Bulgaria, 2016;
- 9th International Conference on Porous Media & Annual Meeting, Rotterdam, Netherland, 2017.
- International Conference «Multiscale methods and Large-scale Scientific Computing», Yakutsk, 2017.
- XI International symposium on Permafrost engineering, Magadan, 2017.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 11 научных работ, в том

числе – 8 статей в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8], из них – 5 статей в международных научных изданиях [2, 3, 4, 5, 6], включенных в систему цитирования Web of Sciences и Scopus, 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ [8], а также учебное пособие [9] и 2 статьи в трудах международных конференций [10, 11].

Личный вклад автора. В работах, опубликованных в соавторстве, личный вклад диссертанта состоит в следующем: в работах [1, 2] им разработан и реализован вычислительный алгоритм, проведены расчеты; в работах [3, 4, 5, 6] диссертант участвовал в разработке математической модели, разработал вычислительный алгоритм, численно его реализовал и провел анализ результатов вычислительных экспериментов. В работах [7, 8] автор принял участие в постановке математической модели и численной реализации. Подготовка к опубликованию полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причем вклад диссертанта был определяющим.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертационной работы составляет 128 страниц, содержит 61 иллюстраций и 12 таблиц. Список литературы содержит 117 наименований.

Работа была поддержана Мегагрантом Правительства РФ 14.У26.31.0013, грантами РФФИ 13-01-00719, 15-31-20856, грантом Президента РФ МК-9613.2016.1 и грантом главы РС(Я) 15/16.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель и задачи исследования, кратко излагается содержание диссертации по главам.

В **первой главе** разрабатывается вычислительный инструментарий на примерах модельных задач тепло- и массопереноса в криолитозоне.

Задача № 1. Исследуются математические модели для численного решения многомерных задач теплопереноса с фазовыми переходами. Для моделирования теплового режима грунтов используется уравнение теплопроводности с учетом фазовых переходов поровой влаги.

Определим $\Omega^+(t)$ — как область занятую талым грунтом, где температура превышает температуру фазового перехода (T^*) и $\Omega^-(t)$ — как область занятую мерзлым грунтом. Фазовый переход происходит на границе раздела фаз $S = S(t)$:

$$\Omega^+(t) = \{x|x \in \Omega, \quad T(x, t) > T^*\},$$

$$\Omega^-(t) = \{x|x \in \Omega, \quad T(x, t) < T^*\}.$$

На практике фазовые превращения происходят в малом интервале температуры $[T^* - \Delta, T^* + \Delta]$. Пусть

$$\phi_\Delta = \begin{cases} 0, & T \leq T^* - \Delta, \\ \frac{T - T^* + \Delta}{2\Delta}, & T^* - \Delta < T < T^* + \Delta, \\ 1, & T \geq T^* + \Delta. \end{cases}$$

Поскольку

$$\frac{\partial \phi_\Delta}{\partial t} = \frac{\partial \phi_\Delta}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \phi'_\Delta \frac{\partial T}{\partial t},$$

где

$$\phi'_\Delta = \frac{\partial \phi_\Delta}{\partial T},$$

то

$$\phi'_\Delta = \begin{cases} 0, & T \leq T^* - \Delta, \\ \frac{1}{2\Delta}, & T^* - \Delta < T < T^* + \Delta, \\ 0, & T \geq T^* + \Delta. \end{cases}$$

Для описание теплового состояния используется следующее уравнение для температуры во всей расчетной области Ω :

$$(c(\phi_\Delta) + \rho_l L \phi'_\Delta) \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\lambda(\phi_\Delta) \text{grad } T) = 0. \quad (1)$$

Для коэффициентов уравнения имеем следующие соотношения

$$\begin{aligned} c(\phi_\Delta) &= \rho^- c^- + \phi_\Delta(\rho^+ c^+ - \rho^- c^-), \\ \lambda(\phi_\Delta) &= \lambda^- + \phi_\Delta(\lambda^+ - \lambda^-), \end{aligned}$$

при условии, что

$$\begin{aligned} c^- \rho^- &= (1 - m)c_{sc}\rho_{sc} + mc_i\rho_i, & \lambda^- &= (1 - m)\lambda_{sc} + m\lambda_i, \\ c^+ \rho^+ &= (1 - m)c_{sc}\rho_{sc} + mc_w\rho_w, & \lambda^+ &= (1 - m)\lambda_{sc} + m\lambda_w, \end{aligned}$$

где L — удельная теплота фазового перехода, ρ^+, c^+, λ^+ и ρ^-, c^-, λ^- — плотность, удельная теплоемкость, теплопроводность талой и мерзлой зоны, соответственно, m — пористость. Индексы sc, w, i соответствуют каркасу пористой среды, воде и льду.

Приведем дискретизацию уравнения теплопроводности с учетом граничных условий. По времени используется конечно-разностная схема на равномерной сетке с шагом τ , а по пространству — конечно-элементная аппроксимация. Нелинейная задача на новом слое по времени формулируется в следующей вариационной форме: найти $T^{n+1} \in V$ такую, что

$$F(T^{n+1}; v) = 0 \quad \forall v \in \hat{V}.$$

Здесь V — некоторое подходящее функциональное пространство.

Например, при использовании чисто неявной схемы, когда коэффициенты зависят от значения функции с текущего временного слоя:

$$F(T^{n+1}; v) = \int_{\Omega} (c(\phi_{\Delta})^{n+1} + \rho_l L \phi'_{\Delta}(T)^{n+1}) \frac{T^{n+1} - T^n}{\tau} v dx + \\ + \int_{\Omega} (\lambda(\phi_{\Delta})^{n+1} \text{grad } T^{n+1}, \text{grad } v) dx + \int_{\Gamma_1} \alpha(T^{n+1} - T_{air}) v ds = 0,$$

где α — коэффициент конвективного теплообмена, T_{air} — температура наружного воздуха. Для решения полученной на каждом временном слое нелинейной системы алгебраических уравнений используется итерационный метод Ньютона.

Задача № 2. Строится модель, описывающая замораживания грунта с термостабилизирующей системой ГЕТ (горизонтальные естественнодействующие трубчатые системы), которую будем называть модель грунт-труба. Плюсом модели является малое количество неизвестных по сравнению с полной моделью, поскольку для расчета теплового режима системы труб будем использовать модель пониженной размерности (теплогидравлическая модель). В данной модели мы предполагаем, что в трубе циркулирует фреон с низкой температурой.

Рассмотрим тепловое воздействие системы труб на температурный режим грунтов, посредством введения в рассмотренную выше модель (1) внутренних источников (стоков) тепла в местах расположения труб. Для расчета теплового режима системы труб используется теплогидравлическая модель:

$$\pi R^2 c_p \rho_p \left(\frac{\partial T_p^i}{\partial t} + v_{\xi} \frac{\partial T_p^i}{\partial \xi} \right) - \pi R^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\lambda_p \frac{\partial T_p^i}{\partial \xi} \right) = q_i, \quad x \in \xi_i,$$

где $q_i = 2 \pi R^i \alpha_p^i (T - T_p^i)$ и ξ_i — линия i -ой трубы. В качестве граничного условия задается фиксированная температура на одной из границ $T_p = T_{in}$, где T_{in} — температура теплоносителя на входе в трубу. При аппроксимации уравнения теплопроводности используется метод конечных элементов по пространственным переменным и конечно-разностная дискретизация по времени.

Результаты решения задачи теплопереноса представлены на рис. 1. Здесь представлена динамика замораживания грунта в различные моменты времени. Из рисунка видно, что температура под сооружением остается отрицательной на весь моделируемый год.

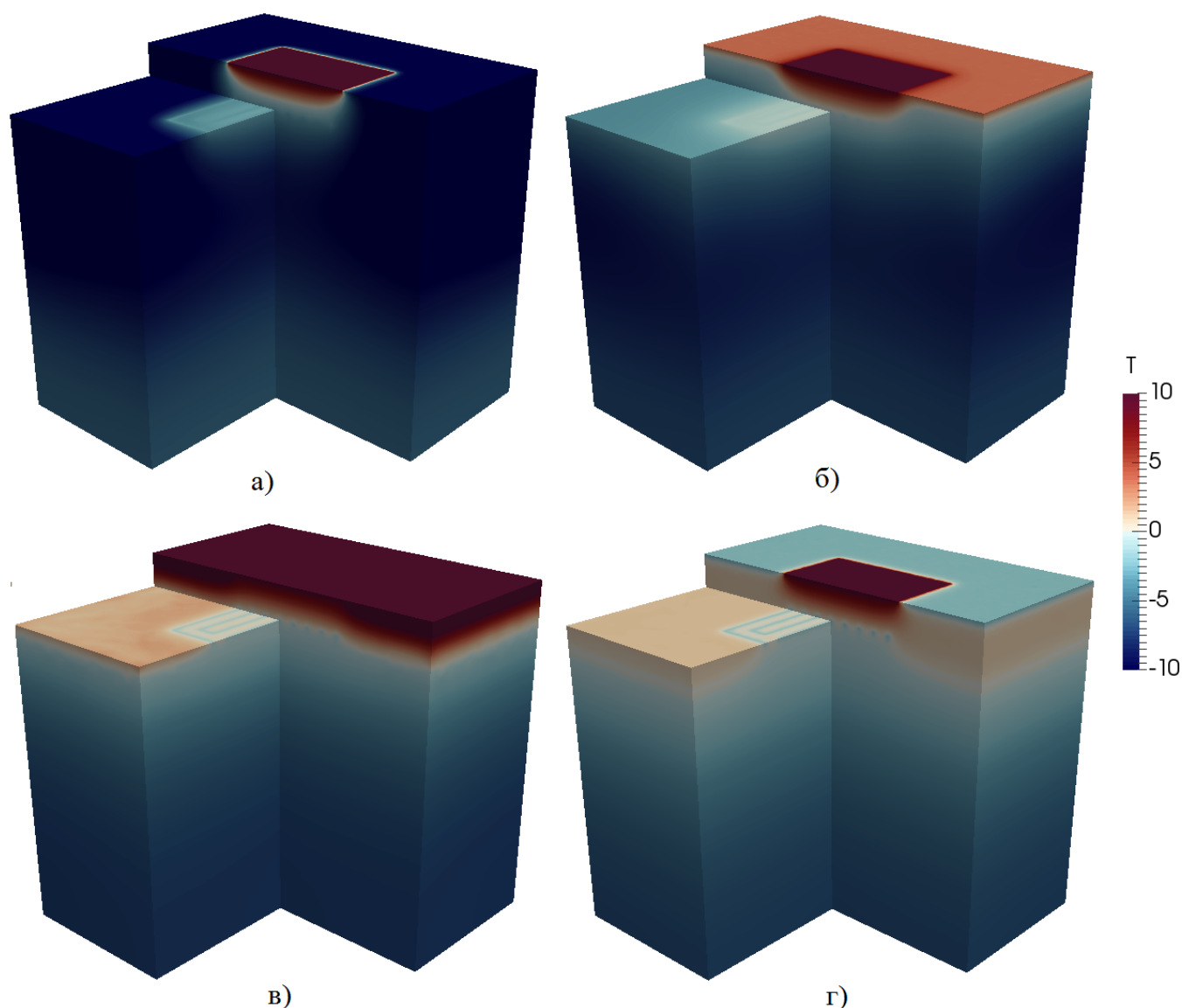


Рис. 1. Распределение температуры: а) зима, б) весна, в) лето, г) осень.

Задача №3. Представлено прямое численное моделирование задачи естествен-

ной конвекции. Рассмотрена модельная задача для естественной конвекции жидкости при условиях постоянного нагревания одной из стенок и охлаждения противоположной стенки. В таких условиях жидкость под влиянием разницы температур начинает циркулировать. Вследствие использования прямого численного моделирования с линеаризацией конвективного слагаемого, налагается достаточно жесткое ограничение на величину шага по времени. Малый шаг по времени требуется в начале моделирования, поскольку из-за большой разницы температур между нагреваемой границей и средой возникают большие скорости течения жидкости. Решение задачи по прошествии некоторого времени устанавливается и выходит на стационар.

Процесс свободной конвекции описывается приближением Буссинеска, состоящий из системы уравнений Навье-Стокса для потока, закона сохранения массы и задачи теплопроводности:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \operatorname{grad} \mathbf{u} &= \mu \operatorname{div} \operatorname{grad} \mathbf{u} - \operatorname{grad} p - \rho \beta T \mathbf{g}, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, \\ c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \operatorname{grad} T \right) &= \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T), \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{u} — вектор скорости, p — давление, T — температура, ρ — плотность жидкости и μ — коэффициент динамической вязкости жидкости, β — коэффициент объемного расширения, \mathbf{g} — ускорение свободного падения.

Для аппроксимации по пространственным переменным используется метод конечных элементов. А для аппроксимации по времени воспользуемся неявной схемой в сочетании с простейшей линеаризацией.

Для транспортной задачи в качестве базисных функций используется стандартные линейные базисные функции, а для уравнения Навье - Стокса элементы Тейлор–Худ (ТН), удовлетворяющие LBB (Ладыженской–Бабушки–Бреци) условию. Численная реализация задачи осуществлено с использованием компонентов свободных библиотек численного анализа.

Во **второй главе** рассматриваются проблемы численного моделирования динамики температурного режима грунтовых оснований железных дорог в зоне распространения многолетнемерзлых грунтов.

Вычислительный алгоритм базируется на конечно–элементной аппроксимации математической модели по пространственным переменным. Для аппроксимации по времени строится неявная разностная схема с линеаризацией с предыдущего

временного слоя. Возможности вычислительного алгоритма иллюстрируются расчетами модельной задачи для различных участков трассы железной дороги.

Основную роль в прогнозировании теплового режима грунта является корректное задание граничного условия соприкосновения поверхности грунта с окружающей средой. Рассмотрим отдельно случаи, когда на границе задается:

Вариант 1. Тепловой поток, определяемый конвективным теплообменом с коэффициентом конвективного теплообмена с атмосферным воздухом α , который изменяется по времени, как в таблице 1:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_{air}). \quad (3)$$

Таблица 1. Значения параметра α граничного условия на поверхности.

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
α	0.65	0.56	0.56	0.80	13.6	20.3	20.8	19.8	13.8	3.8	1.67	0.85

Вариант 2. Конвективное слагаемое α , уравнения (3) зависит от скорости ветра u и от высоты снежного покрова:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_{air}} + \frac{h_s}{\lambda_s},$$

где h_s — высота снега, λ_s — теплопроводность снежного покрова, и

$$\alpha_{air} = \begin{cases} 6.16 + 4.19u, & 0 < u \leq 5, \\ 7.56u^{0.78}, & 5 < u < 30. \end{cases}$$

Вариант 3. На верхней границе исследуемой области задается граничное условие, учитывающее основные климатические параметры: многолетний ход температуры воздуха, составляющие радиационно-теплового баланса, высота и плотность снежного покрова, имеющих региональный характер при постоянном коэффициенте $\alpha = 14$. Граничное условие записывается в виде:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{Q(1 - A) + I - \alpha(T - T_{air})}{\alpha R + 1},$$

где Q — суммарная коротковолновая радиация, A — альбедо, α — коэффициент конвективного теплообмена, I — длинноволновое излучение, T_{air} — температура

наружного воздуха, R — термического сопротивление наземного покрова (зимой — снега).

Количественные значения основных климатических параметров необходимы для построения математической модели, применение которой позволяет прогнозировать изменения температурного режима грунтов, развития криогенных процессов и их воздействия на глубину протаивания грунта под насыпью железной дороги.

Также представлены результаты сравнения численного решения распространения тепла под основанием насыпи с данными натурных исследований Института мерзлотоведения. Расчет проведем в геометрической области сопоставимый с участком железной дороги ПК 6929 Амуро-Якутской железнодорожной магистрали «Беркакит-Томмот-Якутск». Для расчетов формирования температуры в насыпях в исследуемом участке железной дороги температура воздуха задается по данным метеостанции г. Якутска. Высота снежного покрова, начальное распределение температуры и глубины протаивания приняты по данным наблюдений приведенных в отчетах лаборатории геотермии криолитозоны Института мерзлотоведения СО РАН.

Таблица 2. Температура грунта на экспериментальной площадке (Ось - центр), Н – глубина.

Н, м	1 год		2 год (Дек)		3 год	
	Замеры	Расчеты	Замеры	Расчеты	Замеры	Расчеты
-						
0.2	0.2	0.1	-0.3	-0.18	-1.1	-1.01
1.5	-1.7	-1.76	-0.9	-0.85	-1.3	-1.56

Таблица 3. Температура грунта на экспериментальной площадке (правая берма), Н — глубина.

Н, м	1 год		2 год (Дек)		3 год	
	Замеры	Расчеты	Замеры	Расчеты	Замеры	Расчеты
-						
0.2	1.7	1.9	-7.2	-3.6	-	2.1
1.5	-1.8	-0.5	-1.8	-0.97	-1.6	-1.5
3.0	-3.2	-1.5	-2.15	-1.5	-	-1.97

Результаты расчетов температуры основания насыпи на участке железнодорожной насыпи ПК6926, представлены в таблицах 2 и 3. Температуру грунта

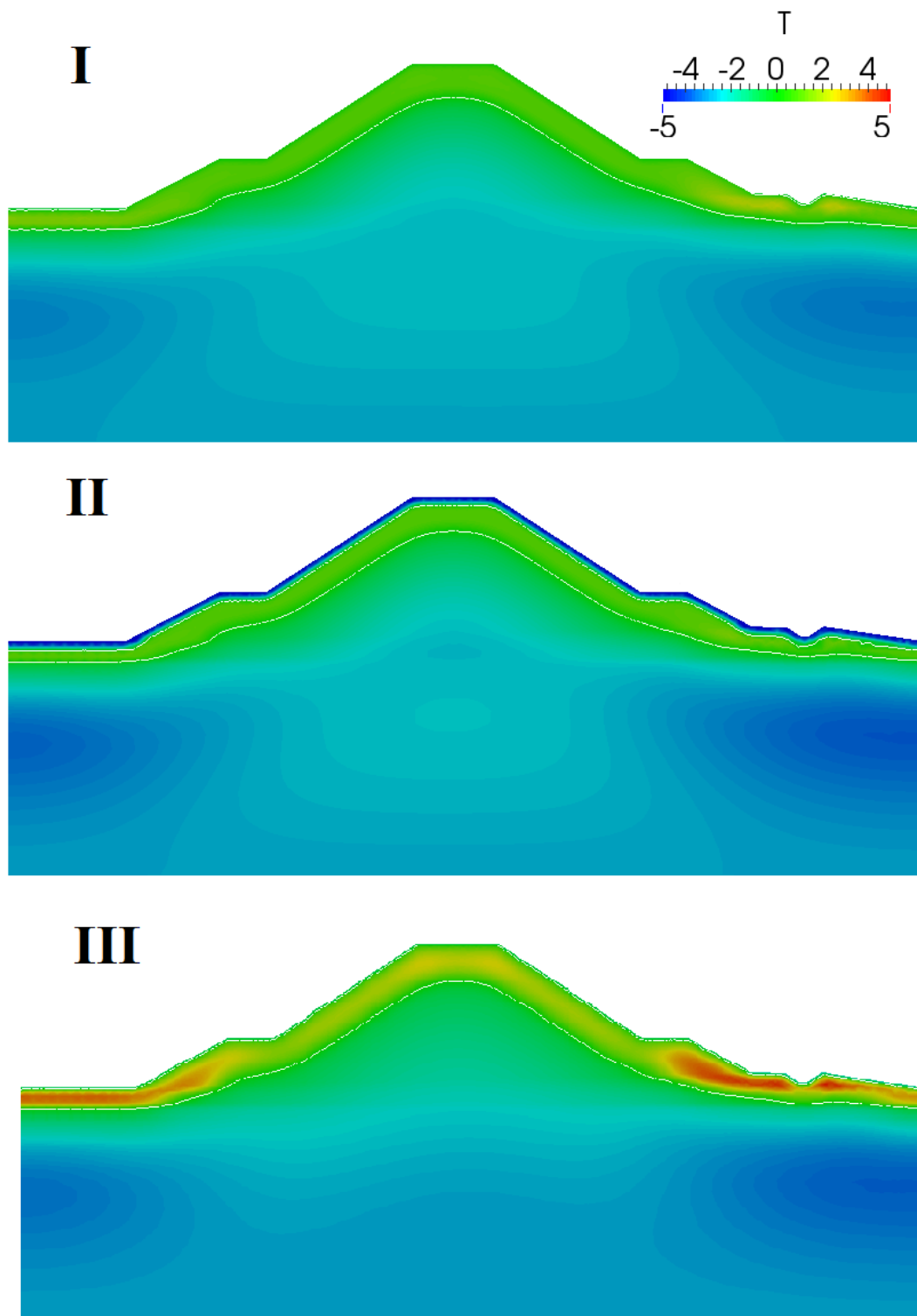


Рис. 2. Распределение температуры при различных граничных условиях: I — вариант 1, II — вариант 2, III — вариант 3.

характеризуют данные замеров на экспериментальной площадке (правая берма).

Проведенные исследования показали, что правильное моделирование теплового сопротивления снега и выбор теплофизических данных сильно влияют на досто-

верность математической модели. Рассмотрено влияние теплоизоляции пеноплексом при различном его расположении, влияние сезонно-охлаждающих установок на температурный режим грунтов.

В **третьей главе** приводятся расчеты теплотерь зданий на примере функционирования круглогодичной теплицы в северных территориях страны. Одним из основных элементов расчета теплотерь является моделирование свободной конвекции в теплице и распределения температуры в окружающей почве.

Свободная конвекция описывается системой уравнений конвективного переноса и потока, описывающая движение воздуха в поле силы тяжести за счет неравномерности температурного поля. Вычислительный алгоритм базируется на использовании двухслойных схем и на методе конечных элементов с линейной аппроксимацией по пространственным переменным со стабилизацией. Представлены результаты влияния шага по времени на распределение тепла внутри теплицы, а также распределение тепла грунта с учетом теплицы и температуры окружающей среды.

Проведено численное моделирование задачи в двумерной постановке для области 4 метра по ширине и 3 метра по высоте (помещение). Между грунтом и теплицей имеются теплоизоляционные слои: бетонная прокладка толщиной 0,3 м, пенопласт толщиной 0,2 м и цементно-песчаный раствор толщиной 0,04 м. В качестве расчетных параметров внутри помещения брались теплофизические характеристики воздуха. Температура источника равна 50°C .

Начальная температура помещения $+20^{\circ}\text{C}$ градусов, температура грунта равна $+20^{\circ}\text{C}$. Температура на поверхности задавалась с учетом амплитуды колебания температуры воздуха характерной для Якутии от -40°C — зимой и $+30^{\circ}\text{C}$ — летом. Исследовано влияние коэффициента конвективного теплообмена α , который описывает теплоизоляцию стенки (рис 3). На рисунке 4 показана распределение температуры внутри теплицы при оптимальном выборе теплоизоляции.

Основные результаты работы: в диссертационной работе представлены современные подходы к решению проблемы составления прогноза изменений температурного режима грунтов, которые являются необходимым элементом инженерно-геологического обоснования строительства инженерных объектов в районах распространения многолетнемерзлых грунтов.

В диссертационной работе были получены следующие результаты:

1. С помощью вычислительного эксперимента показано, что для численного

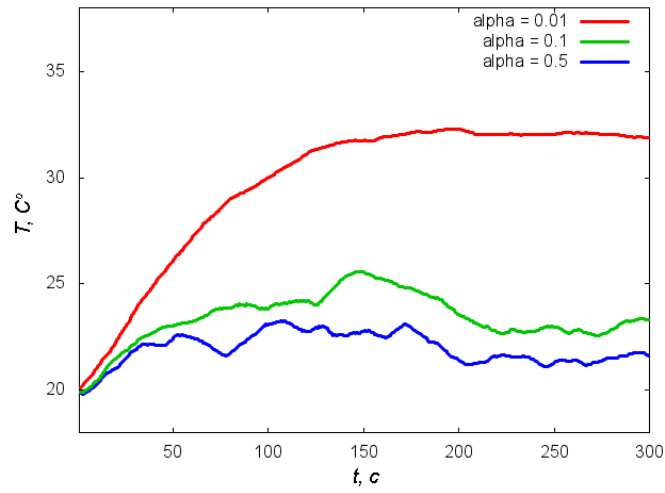
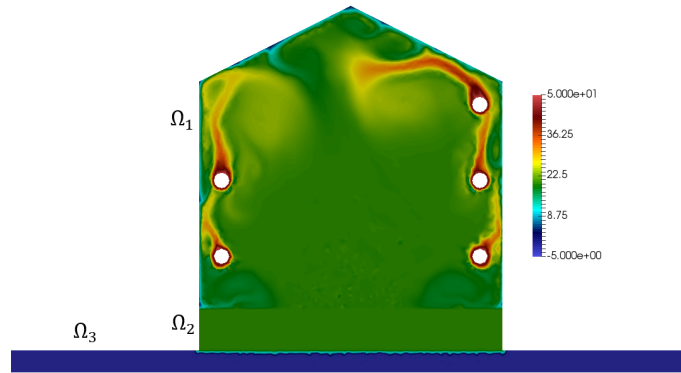
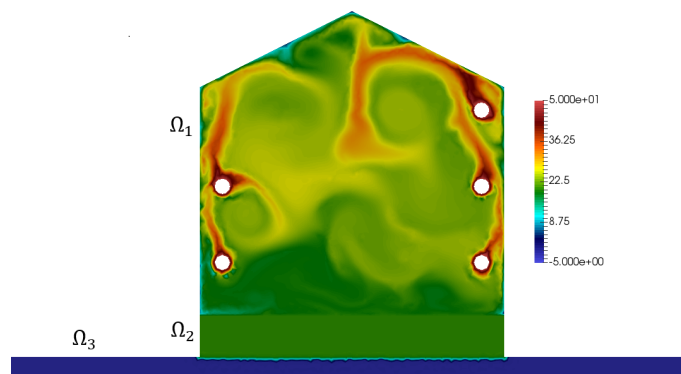


Рис. 3. Средняя температура внутри теплицы при разных α для граничной условия.



через 10 сек



через 30 сек

Рис. 4. Распределение температуры внутри теплицы, где Ω_1 – теплица, Ω_2 – теплоизоляционный слой и Ω_3 – грунт.

решения задачи Стефана предпочтительным является использование линеаризованной схемы. Построена и численно реализована математическая модель искусственного замораживания грунта с помощью термостабилизирующей системы. Проведено численное решение задачи естественной конвекции хладагента с помощью схемы со стабилизацией для конечно-элементной аппроксимации, позволяющая получать решение задачи даже при малом диффузионном слагаемом.

2. Проведено широкомасштабное моделирование теплового состояния железнодорожного полотна в различных технологических условиях криолитозоны. Сформулировано граничное условие, отражающее полный комплекс основных региональных характеристик климата, а не только температуру воздуха. Прогнозные оценки, выполненные с использованием такого подхода, указывают на достаточно высокую точность моделирования. Для обеспечения необходимой точности прогноза наряду с выбором численного метода решения задачи Стефана проведен анализ чувствительности модели относительно входных данных.
3. Выполнен теплотехнический расчет теплопотерь для различных типов теплиц с целью выбора их оптимальной конструкции в условиях Крайнего Севера. Построена математическая модель, позволяющая рассчитывать тепловые потери через боковые стены, крышу и пол. Для численного решения задач конвективного переноса используются схемы со стабилизацией при конечно-элементной аппроксимации по пространству. Представлены результаты численного решения в двумерной постановке для различных конструкций теплиц.

Публикации автора по теме диссертации

1. Вабищевич П. Н., Варламов С. П., Васильев В. И., Васильева М. В., Степанов С. П. Математическое моделирование теплового режима железнодорожного полотна в условиях криолитозоны // Вестник Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова. – 2013. – Т. 10. – №. 5. – С. 5-11.

2. Gornov V. F., Stepanov S. P., Vasilyeva M. V., Vasilyev V. I. Mathematical modeling of heat transfer problems in the permafrost // AIP Conference Proceedings. – AIP, 2014. – Т. 1629. – №. 1. – С. 424-431. (Web of Sciences & Scopus).
3. Stepanov S. P., Vasilyeva M. V., Vasilyev V. I. Numerical simulation of the convective heat transfer on high-performance computing systems // AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2016. – Т. 1773. – №. 1. – С. 110011. (Web of Sciences & Scopus).
4. Вабищевич П. Н., Варламов С. П., Васильев В. И., Васильева М. В., Степанов С. П. Численное моделирование температурного поля многолетнемерзлого грунтового основания железной дороги // Математическое моделирование. – 2016. – Т. 28. – №. 10. – С. 110–124. S.P. Stepanov, P.N. Vabishchevich, S.P. Varlamov, V.I. Vasil'ev, M.V. Vasilyeva. Numerical simulation of the temperature dynamics of railway foundation material in permafrost // Mathematical models and computer simulations – Vol. 9. – №. 3 – 2017. – P. 292–304. (Scopus).
5. Stepanov S. P., Sirditov I. K., Vabishchevich P. N., Vasilyeva M. V., Vasilyev V. I., Tceeva A. N. Numerical Simulation of Heat Transfer of the Pile Foundations with Permafrost // International Conference on Numerical Analysis and Its Applications. – Springer, Cham, 2016. – С. 625–632. (Web of Sciences & Scopus).
6. Васильев В. И., Васильева М. В., Сирдитов И. К., Степанов С. П., Цеева А. Н. Математическое моделирование температурного режима грунтов оснований фундаментов в условиях многолетнемерзлых пород // Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Естественные науки». – 2017. – Т. 70. – №. 1. – С. 142–159. (Scopus).
7. Степанов С. П., Сирдитов И. К., Васильева М. В., Вабищевич П. Н., Васильев, В. И. Разработка программного средства для численного моделирования теплового режима грунтов в условиях криолизотозоны // Вестник Северо-Восточного федерального университета им. МК Аммосова. — 2015. — Т. 47. — №. 3. — С. 115–126.
8. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ «Программа для математического моделирования задач теп-

лопереноса в грунтах в условиях криолитозоны» (Степанов С.П., Сирдитов И.К., Захаров П.Е., Вабищевич П.Н., Васильев В.И., Васильева М.В., Васильев А.О.). № 2015616705 от 10.03.2015 г.

9. Васильев В.И., Сидняев Н.И., Федотов А.А., Васильева М.В., Степанов С.П., Ильина Ю.С. Моделирование распределения нестационарных температурных полей в зонах вечной мерзлоты при проектировании геотехнических сооружений, – М.: Курс, 672 с. (Учебное пособие).
10. Степанов С.П., Вабищевич П.Н., Варламов С.П., Васильева М.В. Математическое моделирование теплового состояния грунтов оснований железной дороги // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы Десятой Международной конференции. – 2014 – С. 167–171.
11. Степанов С.П. Разработка прикладного программного обеспечения для численного моделирования теплообмена инженерных сооружений с многолетнемерзлыми основаниями // Труды Международной конференции «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики -2015», Новосибирск: Авбей. – 2015. – [электрон. ресурс] – С. 708–714.

Подписано в печать 08.11.17 Формат 60x84/16. Гарнитура «Таймс».
Печ.л. 1.25. Уч.–изд. л. 1.63. Тираж 100 экз. Заказ № 184.

Издательский дом Северо–Восточного федерального университета,
677891, г. Якутск, ул. Петровского, 5.

Отпечатано в типографии ИД СВФУ