

На правах рукописи

Тихонов Роман Семенович

**Численное восстановление моментов сил трения  
в системе полимерных подшипников скольжения  
по температурным данным**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Якутск – 2017

Работа выполнена в ФГБУН Институте проблем нефти и газа Сибирского отделения Российской академии наук

**Научный руководитель:** **Старостин Николай Павлович**  
доктор технических наук, профессор

**Официальные оппоненты:** **Каюмов Рашит Абдулхакович,**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Казанский государственный архитектурно-  
строительный университет, г. Казань

**Кожанов Александр Иванович,**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Институт математики им. Соболева СО РАН,  
г. Новосибирск

**Ведущая организация:** Московский авиационный институт (национальный  
исследовательский университет), г. Москва

Защита диссертации состоится «12» июля 2017 г. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.306.04 при Северо-Восточном федеральном университете имени М.К. Аммосова, расположенного по адресу: 677000, г. Якутск, ул. Белинского 58, зал заседаний Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Северо-Восточного федерального университета имени М.К. Аммосова, 677000, г. Якутск, ул. Белинского 58 и на сайте [www.s-vfu.ru](http://www.s-vfu.ru)

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук

Н.А. Саввинова

**Актуальность темы исследования.** При проведении стендовых и эксплуатационных испытаний узлов трения машин и механизмов существующими устройствами не удается измерить силу трения, что существенно снижает информативность таких испытаний и достоверность методов диагностики технического состояния исследуемого трибосопряжения. В условиях отсутствия количественной информации о силе трения достоверность обобщений экспериментальных и теоретических данных, а также прогнозирования изменения параметров, характеризующих явления трения, существенно снижаются в силу неполноты информации. Проблема еще более усложняется для систем узлов трения, в частности для систем подшипников на общем валу. При стендовых испытаниях систем подшипников обычно измеряют суммарный момент трения. Измерение момента трения на каждом подшипнике скольжения различными устройствами не только сложно, но связано с высокой погрешностью. В подобных случаях перспективным является использование метода тепловой диагностики трения. Метод тепловой диагностики трения, позволяющий определять момент силы трения в подшипниках скольжения по температурным данным, основан на факте, что практически вся энергия, затрачиваемая на трение, трансформируется в теплоту. Метод сводится к измерению температуры в окрестности зоны трения, построению математической модели и решению граничной обратной задачи восстановления функции фрикционного теплообразования и соответственно силы трения. Тепловая диагностика трения для систем подшипников при допущении однородного распределения температуры по сечению вала вследствие достаточно высоких частот вращения (более 48 об/мин) и рассмотрения вала как одномерного стержня разработана в работах И.Н. Черского, О.Б. Богатина, Н.П. Старостина, А.С. Кондакова. При таком допущении скорость вращения в модели теплового процесса учитывается только коэффициентом теплообмена. Тепловая диагностика трения с учетом влияния вращения вала на динамику температурного поля рассматривалась для случая одного подшипника скольжения в работе М.А. Васильевой. Для системы подшипников скольжения тепловая диагностика с учетом скорости вращения вала не рассматривалась.

При тепловой диагностике трения в системе подшипников скольжения с учетом вращения вала идентифицируются одновременно несколько функций удельной интенсивности фрикционного теплообразования, зависящих от двух переменных и действующих как сосредоточенные источники теплоты. Идентификация этих источников теплоты производится в условиях взаимного влияния температурных полей подшипников скольжения через общий металлический вал с высокой теплопроводностью. Кроме того, функционал невязки, представляющий сумму мер отклонений расчетных и экспериментальных температур в подшипниках скольжения, менее

чувствителен к каждой функции удельной интенсивности фрикционного теплообразования, чем функционал невязки к искомой функции в случае тепловой диагностики в одном подшипнике. В связи с этим в обратной задаче тепловой диагностики трения в системе подшипников точность восстановления функций фрикционных теплообразований и соответственно моментов трения будет ниже, чем в случае восстановления момента силы трения для одного подшипника.

Каждая функция фрикционного теплообразования в системе идентифицируется не только по замерам температур на том же подшипнике, но и с учетом замеров температур в остальных подшипниках скольжения. Следствием такого положения может оказаться невозможность практической тепловой диагностики трения в системе подшипников ввиду превышения суммарным уровнем погрешности реальных замеров температур уровня погрешности, необходимого для восстановления функций фрикционного теплообразования. Поэтому первостепенную роль при тепловой диагностике трения в системе подшипников имеет проведение вычислительных экспериментов по решению соответствующей обратной задачи теплопроводности с имитацией погрешностей в температурных данных и экспериментальная проверка эффективности восстановления моментов трения по температурной информации.

Тепловая диагностика трения в системе подшипников скольжения с учетом вращения вала представляет актуальную задачу численного определения нестационарного температурного поля в подвижных сопряжениях и восстановления нескольких функций фрикционного тепловыделения по замерам температур внутри неподвижных тел, контактирующих с общим подвижным элементом.

**Целью диссертационной работы** является разработка метода тепловой диагностики трения для систем подшипников скольжения при невысоких скоростях вращения на основе численного решения прямых и обратных задач теплопроводности с учетом движения вала.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие **основные задачи**:

- разработать алгоритм определения методом конечных разностей нестационарного температурного поля в системе подшипников скольжения с использованием квазитрехмерной математической модели теплового процесса, учитывающей вращение вала с невысокой частотой (до 48 об/мин);

- разработать алгоритм определения решения обратной задачи восстановления функций удельной интенсивности тепловыделения в системе подшипников методом итерационной регуляризации;

- результаты восстановления момента трения в системе подшипников скольжения по температурным данным сопоставить со значениями, зарегистрированными в эксперименте датчиком серийной машины трения.

**Научная новизна** результатов исследований заключается в следующем:

- установлено, что разработанный численный алгоритм определения динамики температурного поля в цилиндрических сопряжениях с фрикционными тепловыделениями с использованием квазитрехмерной модели теплового процесса может быть применен в качестве базового для тепловой диагностики трения в системе подшипников скольжения при невысоких скоростях вращения вала;

- впервые разработан метод тепловой диагностики трения для систем подшипников скольжения на общем валу при невысоких скоростях вращения, основанный на численном решении граничной обратной задачи теплопроводности по восстановлению функций фрикционного тепловыделения по температурным данным;

- вычислительными экспериментами и восстановлением функций фрикционного тепловыделения по температурным данным натурного эксперимента показана возможность определения моментов трения в системе подшипников путем решения обратной задачи теплопроводности на локальных временных отрезках.

**Теоретическая и практическая значимость работы** заключается в следующем:

- разработанный алгоритм решения граничной обратной задачи позволяет по температурным данным определять не только моменты сил трения, но и удельные интенсивности тепловыделений в каждом подшипнике системы как функции двух переменных и соответственно временную зависимость эпюры контактных давлений при известном коэффициенте трения и скорости вращения вала;

- разработанный метод тепловой диагностики трения в системе подшипников скольжения позволит повысить информативность стендовых и эксплуатационных испытаний узлов трения машин и механизмов в экстремальных условиях, в том числе при низких температурах окружающего воздуха.

**Достоверность полученных результатов** обеспечивается принятием обоснованных упрощающих допущений, применением апробированных методов решения прямых задач, исследованием устойчивости решений нелинейных обратных задач теплопроводности к погрешностям температурных данных, соответствием расчетных значений моментов трения и температур экспериментальным данным.

**Апробация результатов диссертации.** Основные результаты диссертационной работы и отдельные ее положения были доложены на следующих научно-практических конференциях: «XV, XVI, XVII, XVIII, XIX Лаврентьевские чтения» (г. Якутск, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015); Всероссийская научная конференция «Ма-

тематическое моделирование развития северных территорий Российской Федерации» (г. Якутск, 2012, 2015); XIV Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (г. Томск, 2013); VI Евразийский симпозиум по проблемам прочности материалов и машин для регионов холодного климата (г. Якутск, 2013); VII международная конференция по математическому моделированию (г. Якутск, 2014); XII Международный семинар «Физико-математическое моделирование систем» (г. Воронеж, 2014); XIX Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (г. Алушта, 2015); Международная научно-техническая конференция «Полимерные композиты и трибология» (г. Гомель, 2015); Всероссийская конференция с международным участием, посвященная 70-летию профессора-механика, д.т.н. А.В. Лыглаева «Хладостойкость. Новые технологии для техники и конструкций Севера и Арктики» (г. Якутск, 2016); научно-исследовательский семинар по вычислительной и прикладной математике, СВФУ (г. Якутск, 2017).

**Внедрение результатов работы.** Разработанные программы для ЭВМ для расчета динамики температурного поля и тепловой диагностики трения в системе полимерных подшипников скольжения внедрены в сельскохозяйственном производственном кооперативе «Хачыкат» и использовались для контроля работоспособности подшипников привода очистки зерноуборочного самоходного комбайна РСМ 101 «Вектор 410».

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 22 печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах, входящих в перечень ВАК.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и литературы. Полный объем диссертации составляет 124 страницы, включая 21 рисунок и 4 приложения. Список литературы содержит 175 наименований.

### **Содержание работы**

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи работы, отмечена необходимость при разработке метода тепловой диагностики трения проведения вычислительных экспериментов по решению прямых и обратных задачи теплопроводности, а также проведения экспериментальной проверки эффективности восстановления моментов трения по температурной информации.

**Первая глава** посвящена математическому моделированию теплового процесса в подшипниках скольжения с учетом вращения вала. Проведен аналитический

обзор публикаций, посвященных математическому моделированию теплового процесса в подшипниках скольжения. Показана необходимость решения нестационарной задачи определения температурного поля в подшипнике скольжения численными методами, в частности методом конечных разностей.

На рис. 1 представлена расчетная схема системы подшипников на общем валу.

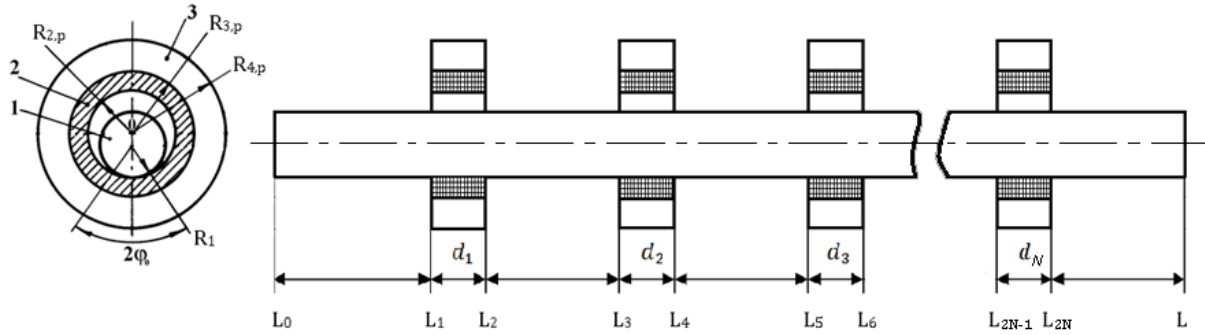


Рис. 1. Расчетная схема системы подшипников скольжения: 1 – вал; 2 – вкладыш (втулка); 3 – обойма (корпус)

При допущении об однородности распределения температуры по длине подшипников и корпусов, а также обеспечения в зазоре подшипников температуры окружающей среды нестационарное температурное поле в подшипниках описывается двумерным квазилинейными уравнениями теплопроводности для втулок с корпусами:

$$C_n(T_p) \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_n(T_p) \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda_n(T_p) \frac{\partial T_p}{\partial \varphi} \right), \quad (1)$$

$$R_{2,p} < r < R_{4,p}, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m, \quad p = 1, 2, \dots, N, \quad n = 2, 3,$$

и для вала – трехмерным уравнением с конвективным членом, учитывающим его вращение:

$$C_1 \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_1 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) + \Omega C_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_1 \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$0 < r < R_1, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m.$$

В зонах трения втулок с валом задаются условия фрикционного тепловыделения:

$$\frac{\lambda_1(U)}{d_p} \int_{L_{2p-1}}^{L_{2p}} \frac{\partial U(r, \varphi, z, t)}{\partial r} dz \Big|_{r=R_1} - \lambda_2(T_p) \frac{\partial T_p(r, \varphi, t)}{\partial r} \Big|_{r=R_{2,p}} = Q_p(\varphi, t), \quad |\varphi| \leq \varphi_0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{d_p} \int_{L_{2p-1}}^{L_{2p}} U(R_1, \varphi, z, t) dz = T_p(R_{2,p}, \varphi, t), \quad (4)$$

где  $T_p, U$  – температура втулки с корпусом и вала,  $t$  – время,  $r, \varphi, z$  – цилиндрические координаты,  $C$  – удельная теплоемкость,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\Omega$  – угловая скорость,  $p$  – номер подшипника,  $Q_p$  – удельная интенсивность фрикционного тепловыделения  $p$ -го подшипника.

На свободных поверхностях задаются граничные условия I и III рода. При известной функции фрикционного тепловыделения прямая задача для подшипника скольжения решается методом конечных разностей с использованием монотонных локально-одномерных разностных схем. Для подшипника скольжения с заданными геометрическими размерами  $R_1=0,012\text{м}$ ,  $R_{2,p}=0,0125\text{м}$ ,  $R_{3,p}=0,016\text{м}$ ,  $R_{4,p}=0,03\text{м}$  и углом контакта  $\varphi_0 = 30^\circ$  при известных параметрах сетки вычислительными экспериментами определено значение шага по времени, дальнейшее уменьшение которого приводит к «слипанию» решений с заданной точностью (рис. 2). При частоте вращения вала 30 об/мин расчетами определен шаг по времени равный 1/18 секунд, обеспечивающий сходимость приближенных решений с точностью менее 1 градуса. Найденный временной шаг далее использовался при тепловой диагностике трения в системе подшипников.

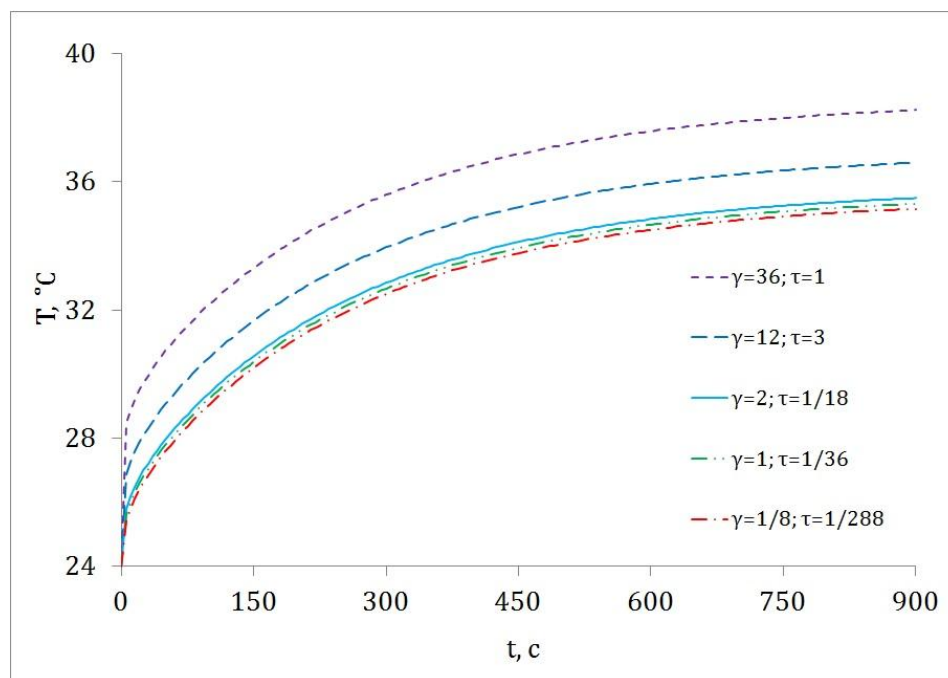


Рис. 2. Расчетные зависимости максимальных температур в зоне трения при различных числах Куранта  $\gamma$  ( $\gamma = \tau\nu/h_\varphi$ ,  $\nu = R_1\Omega$ ): 1 –  $\gamma=36$ ; 2 – 12; 3 – 2; 4 – 1; 5 – 1/8

Проведено сопоставление расчетных значений температур с данными, полученными при испытаниях реального подшипника скольжения из наполненного фторопласта. Найдены эффективные теплофизические коэффициенты в пределах разброса их данных, обеспечивающие близость расчетных и экспериментальных тем-



ператур. Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования предлагаемой квазитрехмерной математической модели теплового процесса и алгоритма решения задачи для определения температурного поля в подшипниках скольжения. Приводится пример определения скорости вращения вала, выше которой распределение температуры в вале по окружной переменной можно считать однородным с некоторой точностью и не учитывать в математической модели теплового процесса подшипника скольжения конвективный член.

Разработанный алгоритм решения прямой задачи был обобщен для систем подшипников скольжения. В качестве примера, рассматривалась система из четырех одинаковых подшипников из наполненного фторопласта Ф4К20. Вычислительными экспериментами показано взаимное влияние динамик температурных полей в подшипниках скольжения. На рис. 3 приводятся зависимости максимальных температур от времени в подшипниках скольжения при следующих функциях фрикционного тепловыделения:

$$Q_1(\varphi, t) = 3821.656(t+1)^{\frac{1}{4}}|\cos 3\varphi|, \quad Q_2(\varphi, t) = 2^{15,89 - \frac{(t-600)^2}{90000}}|\cos 3\varphi|, \quad (5)$$

$$Q_3(\varphi, t) = 3821.656\pi|\cos 3\varphi|, \quad Q_4(\varphi, t) = 12^{4,3194 - \frac{(t-600)^2}{360000}}|\cos 3\varphi|.$$

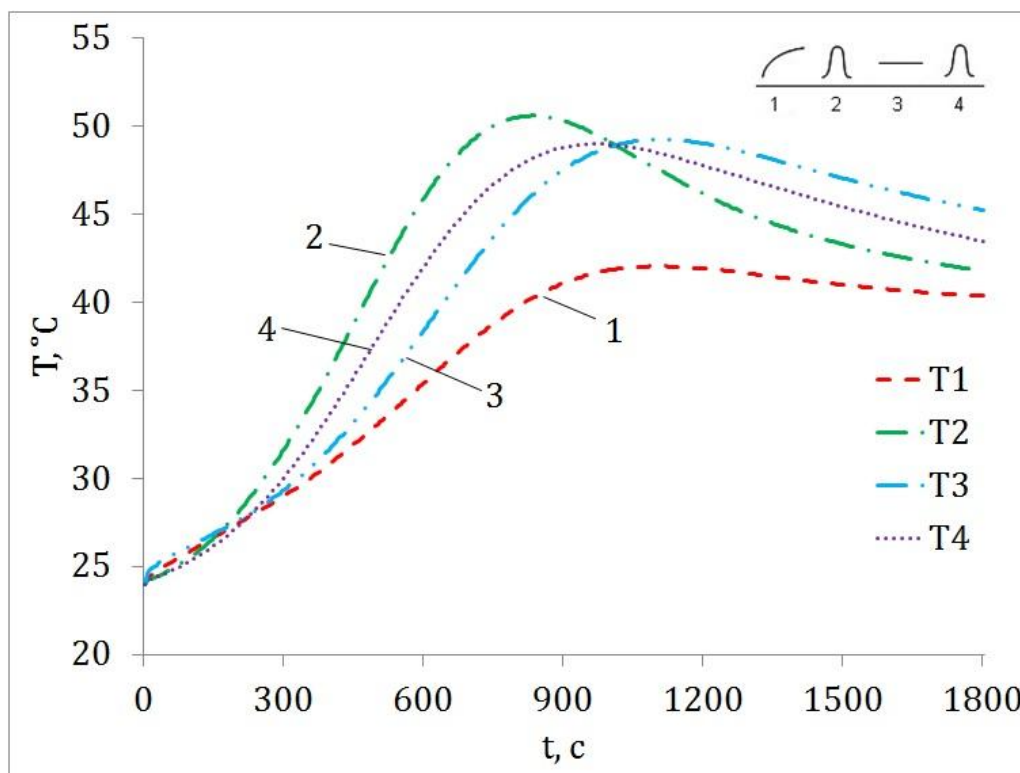


Рис. 3. Зависимости максимальных температур в зоне контакта подшипников скольжения от времени (номера кривых соответствуют номерам подшипников)

На разработанную программу ЭВМ для определения динамики температурного поля в системе подшипников с учетом вращения вала получено свидетельство государственной регистрации №2016616911.

Во второй главе рассматривается обратная задача определения функций фрикционного тепловыделения и соответственно моментов силы трения в системе подшипников скольжения по температурным данным. Отмечается существенный вклад в разработку и практическое применение методов решения обратных задач отечественных ученых: Тихонова А.Н., Бакушинского А.В., Кабанихина С.И., Алифанова О.М., Морозова В.А., Танана В.П., Гончарского А.В., Ягола А.Г., Романова В.Г., Васильева Ф.П., Вабищевича П.Н., Ненарокова А.В., Васильева В.И. и др.

Обратная задача состоит в определении температурного поля в системе и функций удельной интенсивности тепловыделения  $Q_1(\varphi, t), Q_2(\varphi, t), \dots, Q_N(\varphi, t)$  из (1) – (4) при дополнительной температурной информации  $f_p(\varphi, t)$ . В экстремальной форме задача состоит в минимизации функционала невязки:

$$J[Q_1(\varphi, t), Q_2(\varphi, t), \dots, Q_N(\varphi, t)] = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N \int_0^{t_m} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} [T_p(R_f, \varphi, t) - f_p(\varphi, t)]^2 d\varphi dt \quad (6)$$

характеризующего меру отклонения измеренных температур  $f_p(\varphi, t)$  от температур  $T_p(R_f, \varphi, t)$ , полученных при совместном решении уравнений (1) – (4) при известных приближениях функций удельной интенсивности тепловыделения  $Q_p(\varphi, t)$ ,  $p = 1, 2, \dots, N$ .

Обратная задача решалась методом итерационной регуляризации на основе градиентных методов минимизации функционала. Для определения градиента функционала (6) решалась сопряженная краевая задача:

$$-C_n(T_p) \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\Psi_p}{r} \right) = \frac{\lambda_n(T_p)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\Psi_p}{r} \right) \right) + \frac{\lambda_n(T_p)}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \left( \frac{\Psi_p}{r} \right) + \quad (7)$$

$$+ \frac{1}{r} [T_p(R_f, \varphi, t) - f_p(\varphi, t)] \bar{\delta}(r - R_f) \chi(\varphi),$$

$$R_{2,p} < r < R_{4,p}, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m, \quad p = 1, 2, \dots, N, \quad n = 2, 3,$$

$$\bar{\delta} = \begin{cases} 1, & \text{при } r = R_f; \\ 0, & \text{при } r \neq R_f; \end{cases} \quad \chi(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{при } |\varphi| \leq \varphi_0; \\ 0, & \text{при } |\varphi| > \varphi_0. \end{cases}$$

$$-C_1(U) \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\lambda_1(U)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\lambda_1(U)}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} - \Omega(t) C_1(U) \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \lambda_1(U) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}, \quad (8)$$

$$0 < r < R_1, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m.$$

В зонах трения подшипников с валом:

$$\frac{R_1 \lambda_1(U)}{d_p} \int_{L_{2p-1}}^{L_{2p}} \frac{\partial \Phi}{\partial r} dz \Big|_{r=R_1} - R_{2,p} \lambda_2(T_p) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\Psi_p}{r} \right) \Big|_{r=R_{2,p}} = 0, \quad |\varphi| \leq \varphi_0, \quad (9)$$

$$\frac{1}{d_p} \int_{L_{2p-1}}^{L_{2p}} \Phi(R_1, \varphi, z, t) dz = \frac{\Psi_p(r, \varphi, t)}{r} \Big|_{r=R_{2,p}}, \quad |\varphi| \leq \varphi_0. \quad (10)$$

Вместо начального условия задается условие на конце временного интервала:

$$\Psi_p(r, \varphi, t_m) = \Phi(r, \varphi, z, t_m) = 0. \quad (11)$$

Градиент функционала через решение сопряженной задачи определяется по формуле:

$$J'_{Q_p(\varphi, t)} = \frac{\Psi_p(R_{2,p}, 0, t)}{R_{2,p}}, \quad p = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

Последовательные приближения  $Q_p^s(\varphi, t)$  для функции  $Q_p(\varphi, t)$  вычисляются по следующей итерационной схеме:

$$Q_p^{s+1}(\varphi, t) = Q_p^s(\varphi, t) - \beta_p^s S_p^s(\varphi, t), \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (13)$$

$$S_p^s(\varphi, t) = J'_{Q_p^s(\varphi, t)} + \gamma_p^s S_p^{s-1}(\varphi, t), \quad \gamma_p^0 = 0, \quad \gamma_p^s = \frac{\int_0^{t_m} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \left( J'_{Q_p^s(\varphi, t)} \right)^2 d\varphi dt}{\int_0^{t_m} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \left( J'_{Q_p^{s-1}(\varphi, t)} \right)^2 d\varphi dt}. \quad (14)$$

Шаги спуска  $\beta_p^s$  определялись решением системы уравнений в приращениях температур.

$$\frac{\partial(C_n V_p)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial(\lambda_n V_p)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(\lambda_n V_p)}{\partial \varphi^2}, \quad (15)$$

$$R_{2,p} < r < R_{4,p}, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m, \quad p = 1, 2, \dots, N, n = 2, 3.$$

$$\frac{\partial(C_1 W)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial(\lambda_1 W)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(\lambda_1 W)}{\partial \varphi^2} + \Omega \frac{\partial(C_1 W)}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2(\lambda_1 W)}{\partial z^2}, \quad (16)$$

$$0 < r < R_1, \quad -\pi < \varphi < \pi, \quad 0 < t \leq t_m.$$

В зонах контакта подшипников и вала:

$$\frac{1}{d_p} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_1 \int_{L_{2p-1}}^{L_{2p}} W dz \right) \Big|_{r=R_1} - \frac{\partial(\lambda_2 V_p)}{\partial r} \Big|_{r=R_{2,p}} = \Delta Q_p, \quad (17)$$

$$\frac{1}{d_p} \int_{L_{2p-1}}^{L_{2p}} W \Big|_{r=R_1} dz = V_p \Big|_{r=R_{2,p}}, \quad |\varphi| \leq \varphi_0. \quad (18)$$

В силу линейности задачи в приращениях температур (15) – (18) ее решение можно представить как сумму:

$$V_p(r, \varphi, t) = \sum_{\omega=1}^N V_{p,\omega}(r, \varphi, t), \quad (19)$$

где  $V_{p,\omega}(r, \varphi, t)$  – решение системы уравнений (15)-(18), когда все приращения удельных интенсивностей тепловыделения, кроме  $\Delta Q_\omega$ , равны нулю. Начальное приближение  $Q_p^0(\varphi, t)$  задается произвольно, тогда шаги спуска  $\beta_p^n$  определяются решением систем линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \beta_i^s \sum_{p=1}^N \int_{0-\varphi_0}^{t_m} \int V_{p,\omega}(R_f, \varphi, t) V_{p,i}(R_f, \varphi, t) d\varphi dt = \\ = \sum_{p=1}^N \int_{0-\varphi_0}^{t_m} \int [T_p(R_f, \varphi, t) - f_p(\varphi, t)] V_{p,\omega}(R_f, \varphi, t) d\varphi dt, \quad \omega = 1, 2, \dots, N, \quad s = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (20)$$

Расчеты проводились для систем из 4 подшипников скольжения при тех же геометрических размерах, что и в первой главе. Функции удельной интенсивности тепловыделения задавались следующими формулами:

$$\begin{aligned} Q_1 = \frac{6,02 \cdot |\cos 3\varphi| \cdot \left(1.3 + \cos \frac{t}{2}\right)}{S_1}, \quad Q_2 = \frac{6,02 \cdot |\cos 3\varphi| \cdot \left(1 + \sin \frac{t}{2}\right)}{S_2}, \\ Q_3 = \frac{6,02 \cdot |\cos 3\varphi| \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{t}{t+1}}\right)}{S_3}, \quad Q_4 = \frac{6,02 \cdot |\cos 3\varphi| \cdot \cos \frac{t}{10}}{S_4}. \end{aligned} \quad (21)$$

где  $S_p = 8 \cdot 10^{-5} \pi \text{ м}^2$ ,  $p = 1, 2, 3, 4$  площади зоны контактов подшипников с валом.

На рис. 4 представлены результаты восстановления функции удельной интенсивности тепловыделения для каждого подшипника скольжения при уровне минимизации функционала невязки  $\delta^2$  равной 0,01. На рис. 5 представлены результаты восстановления функции на локальных интервалах времени, т.е. восстановление функции происходит по определенным интервалам времени. Это обусловлено недостаточностью оперативной памяти вычислительной машины при решении обратной задачи в больших интервалах времени. Расчеты с большим количеством локальных интервалов показали, что при таком способе решения ошибки вычислений не переходят на последующие интервалы времени и не накапливаются. Это объясняется тем, что "экспериментальные" температурные данные на каждом интервале вносят необходимую поправку.

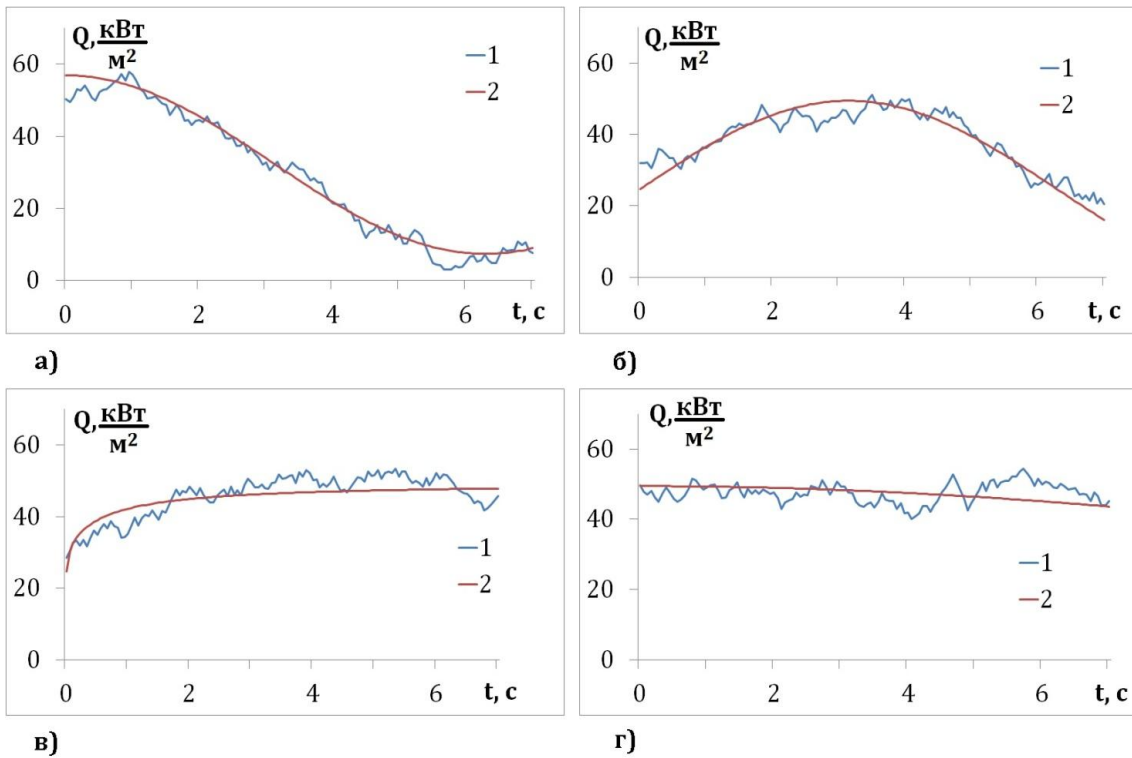


Рис. 4. Сопоставление восстановленных (1) и точных (2) функций удельных интенсивностей тепловыделения в системе 4-х подшипников по значениям температур с погрешностями на полном временном интервале: а), б), в), г) – на 1-м, 2-м, 3-м, 4-м подшипниках соответственно

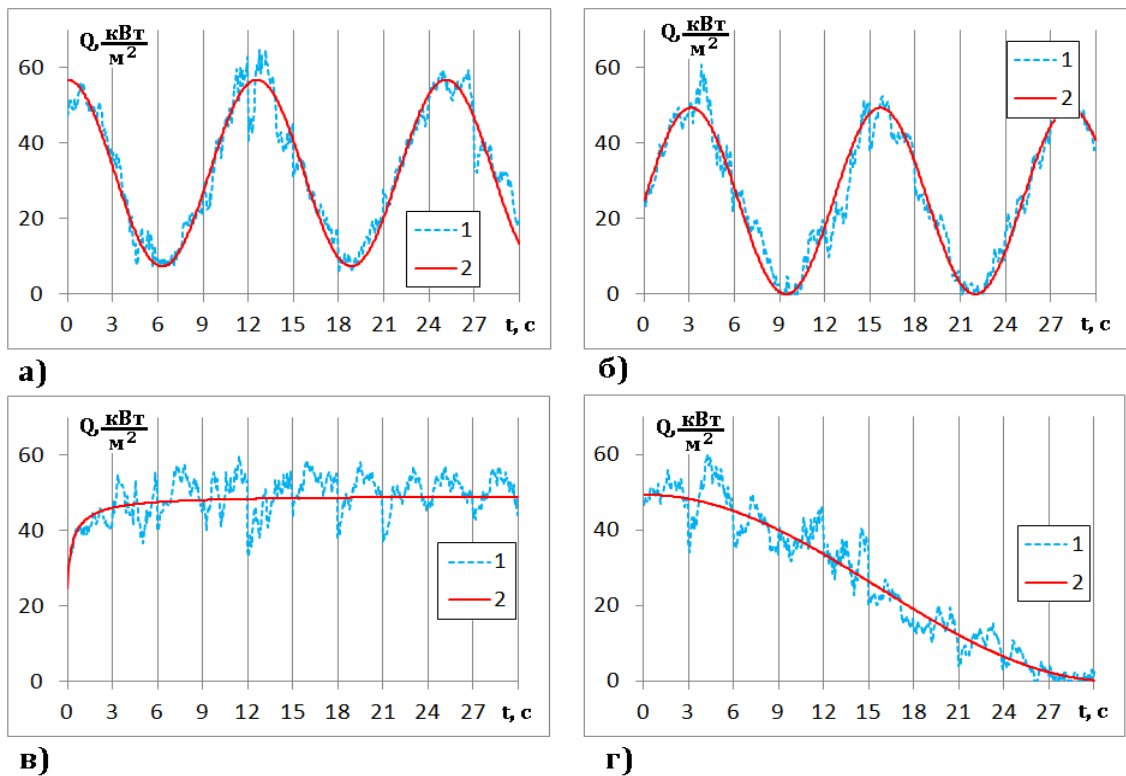


Рис. 5. Сопоставление восстановленных (1) и точных (2) функций удельных интенсивностей тепловыделения в системе 4-х подшипников по значениям температур с погрешностями на полном временном интервале с разбиением на локальные по 3 секунды: а), б), в), г) – на 1-м, 2-м, 3-м, 4-м подшипниках соответственно

Получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2016613665 «Программа для расчетно-экспериментального определения интенсивностей фрикционного тепловыделения в системе подшипников скольжения по температурным данным с учетом вращения вала».

**Третья глава** посвящена экспериментальной проверке эффективности метода тепловой диагностики трения в системе подшипников скольжения. На разработанном модуле испытания материалов на трение и износ (рис. 6) испытываются 4 подшипника скольжения, нагрузки задаются с равными весами на втулки посредством рычагов в средних подшипниках скольжения. Стальной вал закреплен через муфту с валом машины трения 2070 СМТ-1. Расстояние между подшипниками составляет 0,08 м.

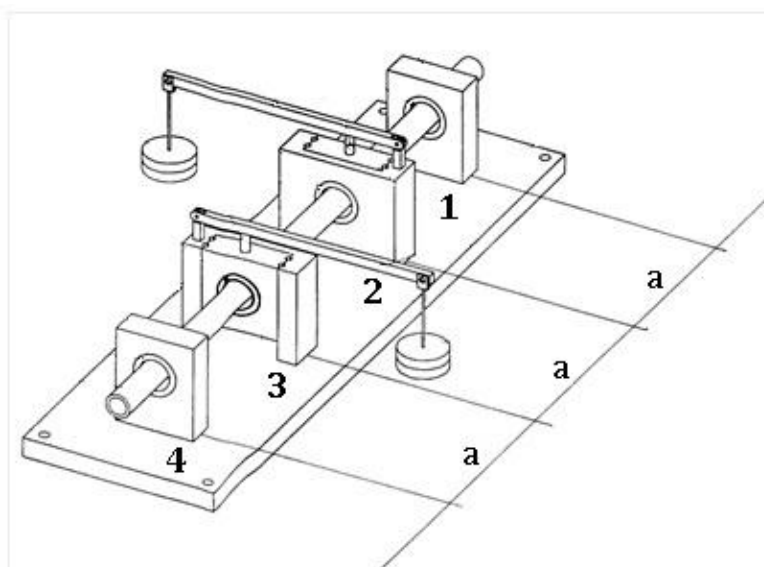


Рис. 6. Модуль для испытаний на трение износ антифрикционных полимерных композиционных материалов

В испытываемых подшипниках во втулках регистрировались значения температур с помощью медь-константановых термопар в окрестности зоны контакта на полмиллиметра от поверхности трения в четырех точках каждого подшипника. Температуры регистрировались с помощью 16 канального многофункционального модуля АЦП / ЦАП Е-502-Х-У-Д (ЗАО «Л-КАРД») с частотой 180 Гц. Значения момента трения зарегистрированы с помощью устройства «ТЕРМОДАТ – 17Е3» с частотой 1 Гц. В связи с большими колебаниями в измерениях температур, выборки температурных данных обработаны путем медианной фильтрации, затем сглаживанием кубическими сплайнами (рис. 7). Полученные температурные данные использованы для решения обратной задачи восстановления функций интенсивности тепловыделения. Зависимости моментов трения от времени определяются по формуле:

$$M_p(t) = \frac{R_1 d_p}{\Omega(t)} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} Q_p(\varphi, t) d\varphi. \quad (22)$$

На рис. 8 представлено сопоставление зависимостей суммарного момента силы трения, полученных по температурным данным решением обратной задачи и измерением индуктивным датчиком машины трения на части отрезка времени испытаний, поскольку поведение кривых со временем не изменяется.

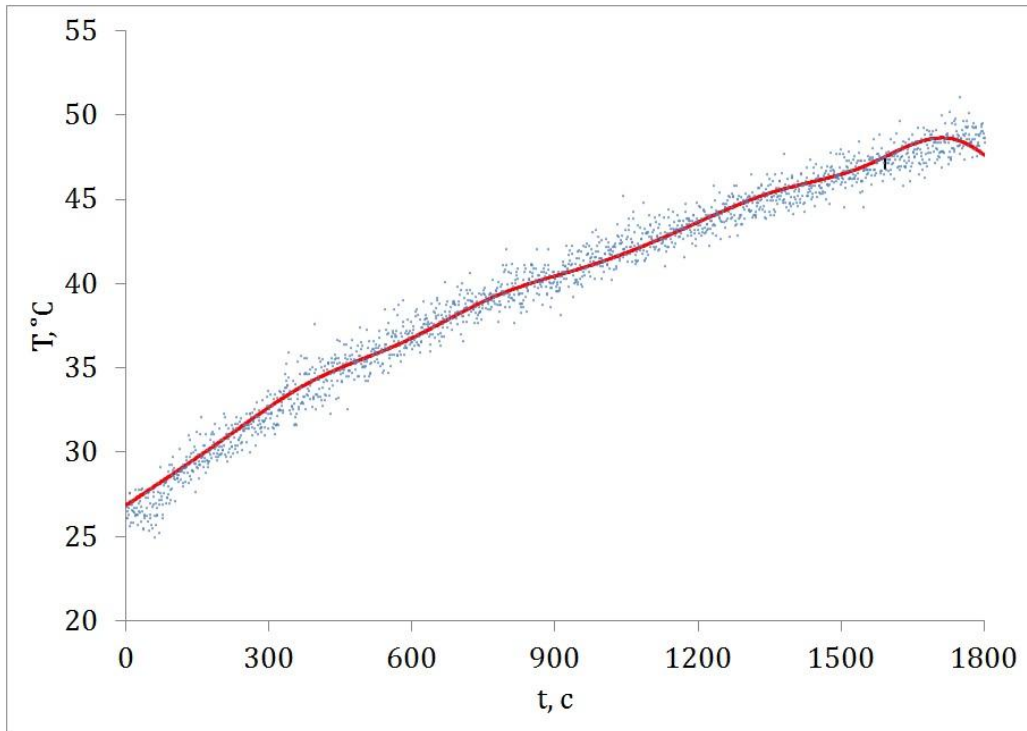


Рис. 7. Сглаживание температурных данных кубическими сплайнами в промежутке времени испытаний

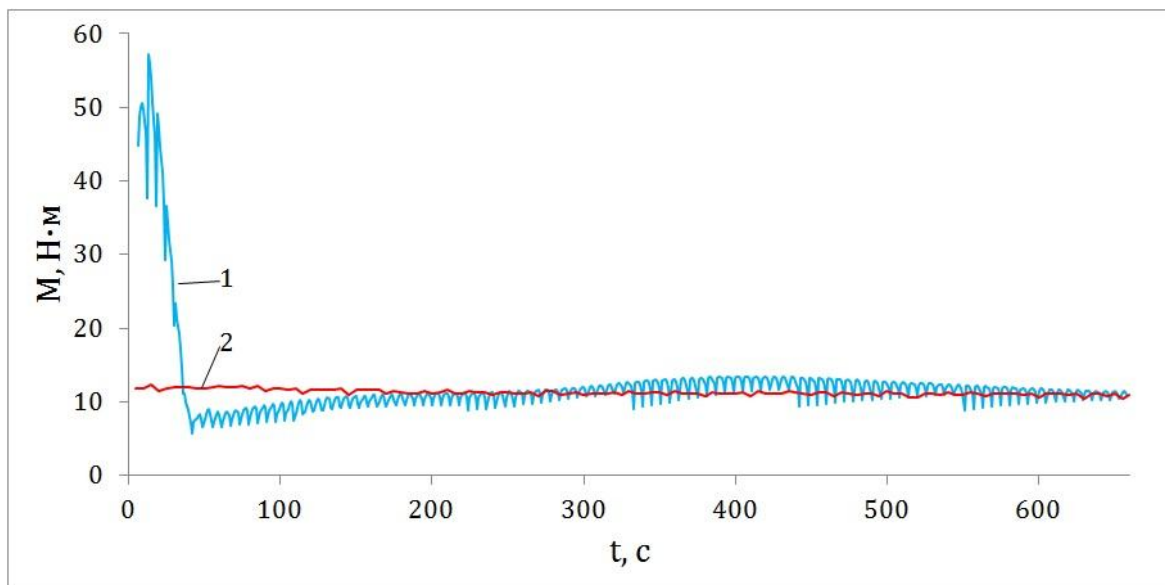


Рис. 8. Временные зависимости суммарных моментов трения: 1 – восстановленные по температурным данным; 2 – измеренные индуктивным датчиком момента трения

## Основные результаты работы:

1. Разработан численный алгоритм определения динамики температурного поля в цилиндрических сопряжениях с фрикционными тепловыделениями, эффективный для решения задач тепловой диагностики трения в системе подшипников скольжения при невысоких скоростях вращения вала.
2. Разработан метод тепловой диагностики трения для систем подшипников скольжения с учетом вращения вала, позволяющий определять моменты сил трения по температурным данным на основе численного решения трехмерной нелинейной обратной задачи восстановления функций удельной интенсивности тепловыделения.
3. Сопоставлением значений момента трения, полученных методом тепловой диагностики трения и измерением с помощью индуктивного датчика, установлено, что согласование значений суммарного момента трения, полученных с помощью принципиально разных методов, находится в пределах 10-15 %, что подтверждает возможность практического использования предложенного метода для диагностики трения в системе подшипников при невысоких скоростях вращения вала.

## Публикации автора по теме диссертации

1. **Tikhonov, R.S. Modeling of thermal processes in the bearing system on a common shaft taking into consideration its rotational speed / R.S. Tikhonov, N.P. Starostin // Journal of friction and wear. – 2014. – Vol. 35, No. 6. – Pp. 477-482.**
2. **Тихонов, Р.С. Численное определение температурного поля в системе подшипников на общем валу с учетом скорости его вращения / Н.П.Старостин, Р.С. Тихонов // Математические заметки СВФУ. – 2014. – Т. 21, № 3. – С. 113-122.**
3. **Тихонов, Р.С. Моделирование теплового процесса и восстановление фрикционных тепловыделений в системе полимерных подшипников скольжения по температурным данным / Н.П.Старостин, Р.С. Тихонов // Тепловые процессы в технике. – 2016. – Т. 8, № 3. – С. 137-144.**
4. **Тихонов, Р.С. Расчетно-экспериментальное определение моментов трения в системе подшипников скольжения при невысоких скоростях вращения вала / Н.П.Старостин, Р.С. Тихонов // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2016. – № 4 (164). – С. 85-91.**
5. **Тихонов, Р.С. Определение мощности трения в подшипниках скольжения по замеру температуры при высоких скоростях вращения вала / Н.П.Старостин, Р.С. Тихонов // III Всеросс. науч. конф. студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов «Математическое моделирование развития Северных территорий Российской Федерации»: Тез. докл. – Якутск: Сфера, 2012. – С. 77-79.**
6. **Тихонов, Р.С. Моделирование теплового процесса в системе подшипников скольжения на общем валу с учетом его скорости вращения / Р.С. Тихонов // XVII Лаврентьевские чтения: Сб.**



- статей науч. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. Секция «Математика, механика и физика». Т.1. – Якутск: Изд-во СВФУ, 2013. – С. 52-59.
7. Тихонов, Р.С. Расчет температурных полей теплового процесса в системе подшипников скольжения на общем валу / Р.С. Тихонов // XIV Всеросс. конф. молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям: программа и тез. докл. – Томск: ООО «НПО ДиЛай», 2013. – С. 55.
  8. Тихонов, Р.С., Старостин Н.П. Расчет температурных полей в системе подшипников на общем валу с учетом его вращения / Р.С. Тихонов, Н.П. Старостин // Труды VI Евразийского симпозиума по проблемам прочности материалов и машин для регионов холодного климата. Якутск, 2013. С. 68-77.
  9. Тихонов, Р.С. Моделирование теплового процесса в системе подшипников на общем валу при малых скоростях вращения / Р.С.Тихонов, Н.П. Старостин // VII Межд. конф. по математическому моделированию: Тез. докл. – Якутск: ООО «Компания «Дани-Алмас», 2014. – С. 168-169.
  10. Тихонов, Р.С. Численный расчет динамики температурного поля в системе подшипников / Р.С. Тихонов, Н.П. Старостин // Физико-математическое моделирование систем: мат. XII Межд. семинара. Ч.2. – Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет», 2014. – С. 19-25.
  11. Тихонов, Р.С. Разработка алгоритма решения граничной обратной задачи восстановления моментов трения в системе подшипников // XVII и XVIII Лаврентьевские чтения: Сб. статей науч. конф. школьников, студентов, аспирантов и молодых ученых Респ. Саха (Якутия). Секция «Математика, механика и физика». – Киров: Изд-во Международный центр научно-исследовательских проектов, 2015. – С. 80-86.
  12. Тихонов, Р.С. Тепловая диагностика трения в системе полимерных подшипников скольжения на общем валу / Р.С. Тихонов, Н.П. Старостин // Мат. XIX Межд. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015). – М.: Изд-во МАИ, 2015. – С. 116-117.
  13. Тихонов, Р.С. Триботехнические испытания политетрафторэтилена при естественно-низких температурах окружающей среды / П.Н. Петрова, А.Л. Федоров, С.В. Васильев, А.И. Герасимов, Р.С. Тихонов // Межд. науч.-техн. конф. «Полимерные композиты и трибология». – Гомель, 2015. – С. 90.
  14. Тихонов, Р.С. Обратная граничная задача теплопроводности для тепловой диагностики трения в системе подшипников / Н.П.Старостин, Р.С. Тихонов // Математическое моделирование развития Северных территорий: Тез. докл. / Под реакцией В.И. Васильева. – Якутск: Научно-исследовательская кафедра «Вычислительные технологии» ИМИ СВФУ, 2015. – С. 29.
  15. Тихонов, Р.С. Численное решение прямой и обратной задачи теплопроводности для тепловой диагностики трения в системе подшипников / Н.П. Старостин, Р.С. Тихонов // Хладостойкость. Новые технологии для техники и конструкций Севера и Арктики: труды Всеросс. конф. с межд. участием, посвященной 70-летию профессора-механика, д.т.н. А.В. Лыглаева. – Якутск: Изд. дом СВФУ, 2016. – С. 352-357.
  16. Патент на полезную модель РФ № 149244. Модуль для испытания материалов на трение и износ / Герасимов А.И., Старостин Н. П., Федоров А.Л, Васильев С.В., Тихонов Р.С.; Инст.

- проблем нефти и газа СО РАН. - 2014124275 заявл. 16.06.2014 г.; опубл. 27.12.2014, Бюл. № 36.
17. Старостин Н.П., Тихонов Р.С. Программа для определения динамики температурного поля в системе подшипников скольжения с учетом вращения вала. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2016616911 от 22.06.2016 по заявке 2015663081/69 от 31.12.2015 г. Опубл. 20.07.2016, Бюл. №7.
  18. Старостин Н.П., Тихонов Р.С. Программа для расчетно-экспериментального определения интенсивностей фрикционного тепловыделения в системе подшипников скольжения по температурным данным с учетом вращения вала. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2016613665 от 01.04.2016 по заявке 2015663318 от 31.12.2015 г. Опубл. 20.04.2016, Бюл. №4.
  19. Тихонов, Р.С. Влияние скорости вращения вала на распределение температуры в подшипнике скольжения / Старостин Н.П., Тихонов Р.С. // Современный взгляд на будущее науки: сб. ст. Межд. науч.-практ. конф. Ч.3. Уфа: Аэтерна, 2016. С. 22-25.
  20. Тихонов, Р.С. Исследование влияния погрешности в температурных данных на восстановление фрикционных тепловыделений в системе подшипников скольжения / Старостин Н.П., Тихонов Р.С. // Новая наука: современное состояние и пути развития: межд. науч. период. изд. по итогам Межд. науч.-практ. конф. Ч.2. – Стерлитамак: АМИ, 2016. – С. 21-24.
  21. Тихонов, Р.С. Тепловая диагностика трения при стендовых испытаниях подшипников скольжения / Н.П.Старостин, Р.С. Тихонов // Научный Альманах. – 2016, №. 10-3(24). – С. 421-424.
  22. Тихонов, Р. С. Тепловая диагностика трения в системе подшипников скольжения с учетом вращения вала / Н.П.Старостин, Р.С. Тихонов // Сб. мат. X Межд. конф. «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций». – Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН, 2016. – С. 83.