

Разделив все члены этого уравнения на ω_{1-2} , найдем искомую деформацию пружины:

$$h = \frac{Qr_1r_3 \cos 30^\circ}{cr_2l}$$

Задача Д.15. Применение принципа возможных перемещений к определению реакций опор составной конструкции

Применяя принцип возможных перемещений, определить реакции опор составной конструкции.

Схемы конструкций показаны на рис. 176—178, а необходимые для решения данные приведены в табл. 51. На рисунках все размеры указаны в метрах.

Таблица 51

| Номер варианта (рис. 176—178) | Нагрузка | | | | Номер варианта (рис. 176—178) | Нагрузка | | | |
|----------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | P_1 , кН | P_2 , кН | q , кН/м | M , кН·м | | P_1 , кН | P_2 , кН | q , кН/м | M , кН·м |
| 1 | 15 | 14 | 3 | 10 | 16 | 3 | 10 | 2 | 10 |
| 2 | 13 | 12 | 2 | 6 | 17 | 1 | 8 | 1 | 8 |
| 3 | 11 | 10 | 1 | 5 | 18 | 3 | 6 | 3 | 6 |
| 4 | 9 | 8 | 3 | 14 | 19 | 5 | 4 | 2 | 7 |
| 5 | 7 | 6 | 2 | 12 | 20 | 7 | 2 | 1 | 5 |
| 6 | 8 | 5 | 1 | 4 | 21 | 10 | 9 | 2 | 4 |
| 7 | 7 | 4 | 2 | 10 | 22 | 8 | 7 | 1 | 7 |
| 8 | 6 | 6 | 1 | 7 | 23 | 6 | 5 | 2 | 8 |
| 9 | 5 | 8 | 3 | 8 | 24 | 4 | 3 | 1 | 3 |
| 10 | 4 | 10 | 2 | 6 | 25 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| 11 | 12 | 11 | 1 | 12 | 26 | 7 | 1 | 2 | 7 |
| 12 | 10 | 6 | 2 | 10 | 27 | 6 | 2 | 1 | 5 |
| 13 | 9 | 5 | 1 | 6 | 28 | 5 | 3 | 2 | 10 |
| 14 | 7 | 10 | 2 | 13 | 29 | 4 | 4 | 1 | 5 |
| 15 | 6 | 8 | 1 | 5 | 30 | 3 | 5 | 2 | 10 |

Пример выполнения задания. Дано: составная рама (рис. 179)
 $P_1 = 2$ кН; $P_2 = 4$ кН; $M = 5$ кН·м; $q = 1,5$ кН/м.
 Определить реакции опор рамы.

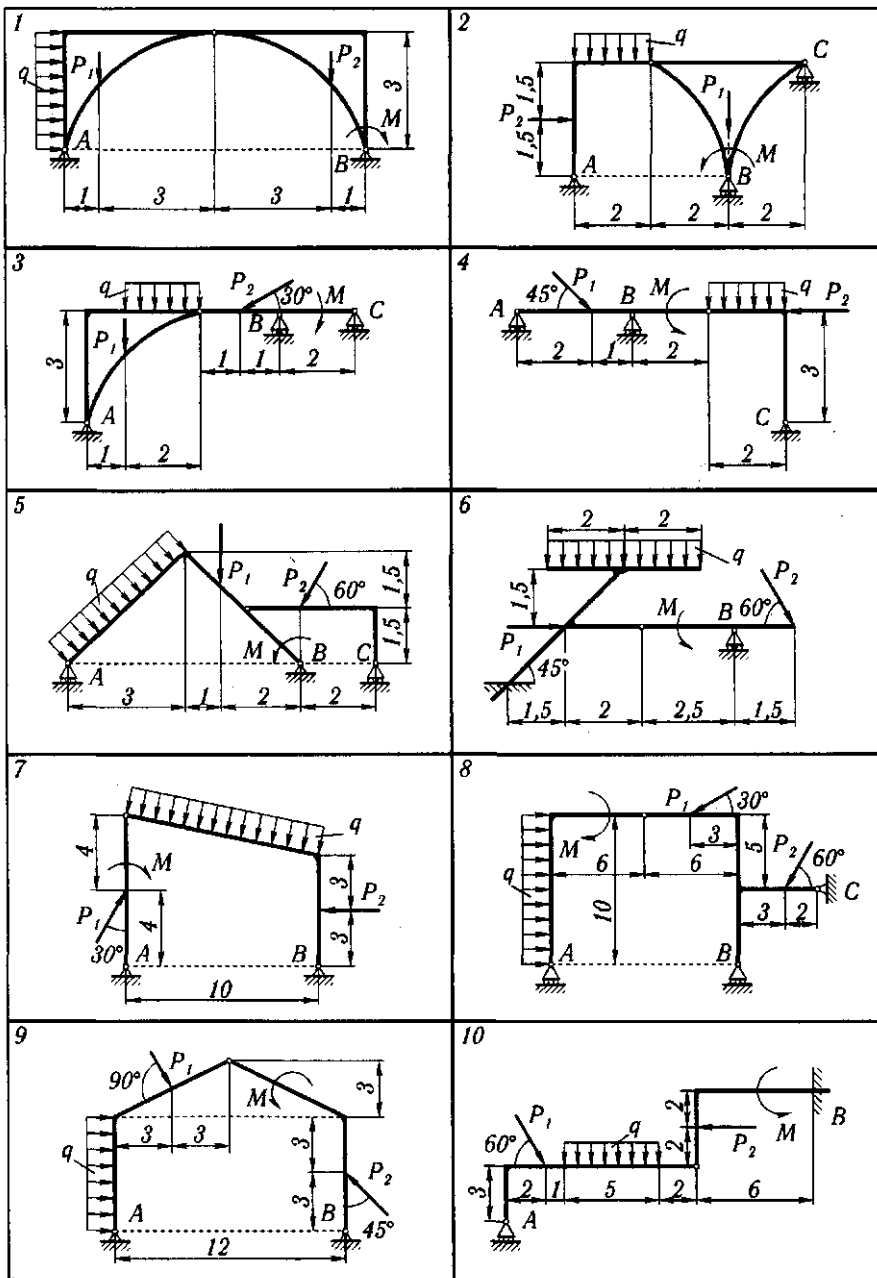


Рис. 176

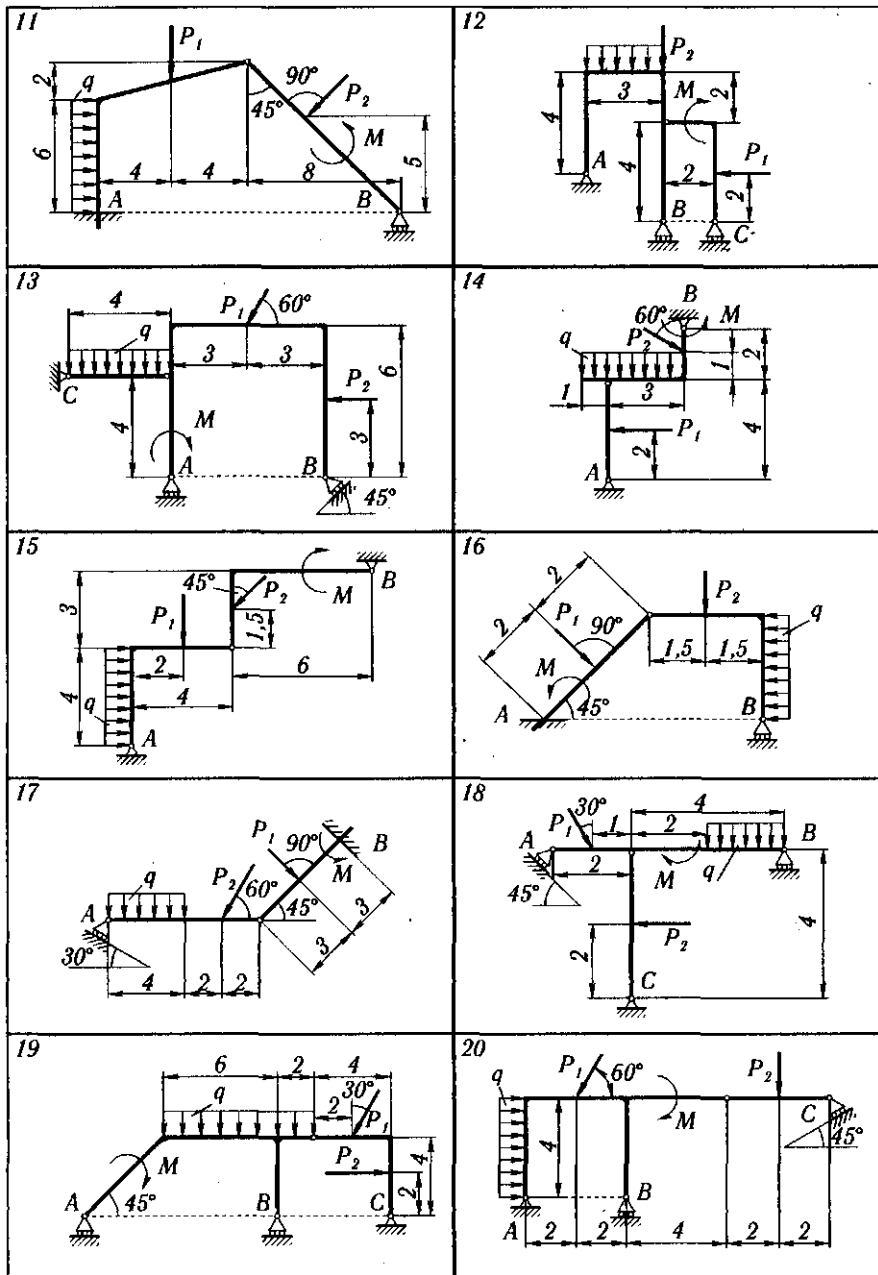


Рис. 177

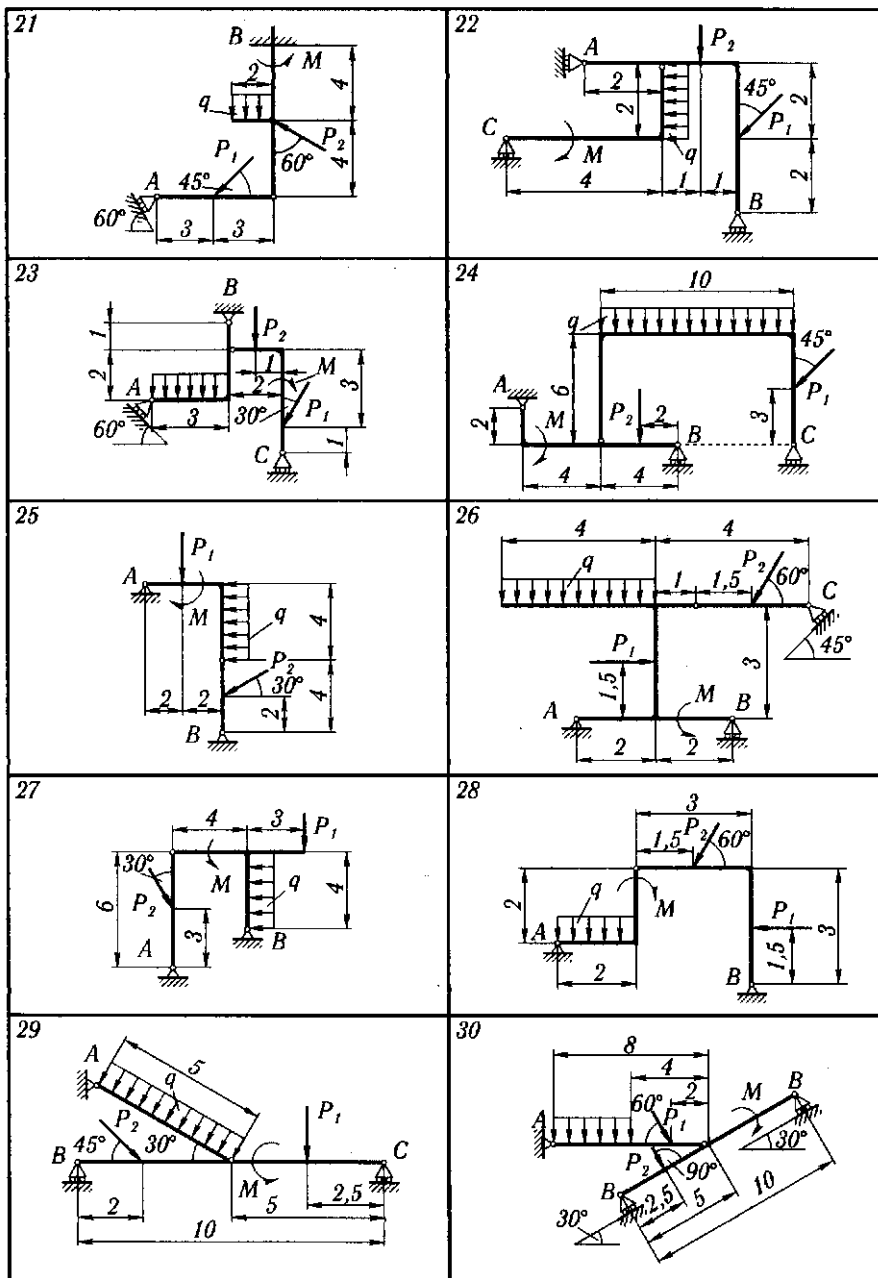


Рис. 178

Решение. Заменяем равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой $Q = q \cdot 4 = 1,5 \cdot 4 = 6$ кН, приложенной в середине загруженного участка.

Найдем реакцию подвижной опоры А, для чего мысленно отбросим эту связь, заменив ее действие реакцией (рис. 180).

Возможным перемещением левой части рамы является ее поворот вокруг шарнира С на угол $\delta\varphi$, например против вращения часовой стрелки; правая часть рамы остается неподвижной.

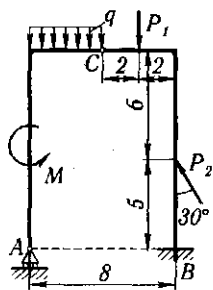


Рис. 179

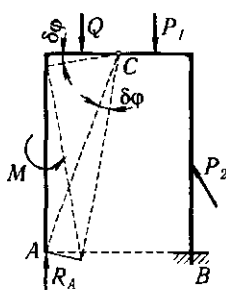


Рис. 180

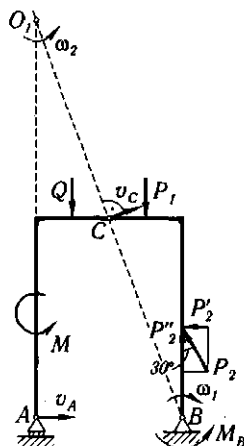


Рис. 181

Составим уравнение работ, выражающее принцип возможных перемещений, при этом учтем, что работа силы при повороте тела равна произведению момента силы относительно центра вращения на угол поворота тела:

$$Q \cdot 2\delta\varphi + M\delta\varphi - R_A \cdot 4\delta\varphi = 0,$$

откуда

$$R_A = (Q \cdot 2 + M)/4; \quad R_A = 4,25 \text{ кН.}$$

Для определения реакций заделки воспользуемся уравнением возможных мощностей

$$\sum \vec{P}_i \vec{v}_i = 0,$$

где \vec{v} — возможные скорости.

Сначала найдем реактивный момент M_B . Для этого отбросим связь, препятствующую повороту правой части рамы, заменив заделку шарнирной неподвижной опорой и приложив искомый момент M_B (рис. 181).

Сообщим правой части рамы возможную угловую скорость ω_1 вокруг оси В по направлению вращения часовой стрелки. Левая часть рамы получит угловую скорость ω_2 вокруг мгновенного центра скоростей O_1 , находящегося на пересечении перпендикуляров к скоростям

\vec{v}_C и \vec{v}_A точек C и A (скорость точки C направлена перпендикулярно CB , а скорость точки подвижной опоры направлена параллельно опорной плоскости).

Скорость точки C можно выразить двойкой, поскольку эта точка принадлежит левой и правой части: $v_C = \omega_1 \cdot CB$; $v_C = \omega_2 \cdot CO_1$, т. е.

$$\omega_1 \cdot CB = \omega_2 \cdot CO_1,$$

откуда

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega, \text{ поскольку } CB = CO_1.$$

Составим уравнение возможных мощностей:

$$M\omega - Q \cdot 2\omega - P_1 \cdot 2\omega - P'_2 \cdot 5\omega - M_B\omega = 0,$$

где

$$P'_2 = P_2 \sin 30^\circ.$$

Из уравнения следует

$$M_B = M - Q \cdot 2 - P_1 \cdot 2 - P_2 \cdot 0,5 \cdot 5.$$

Отсюда

$$M_B = -21 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для определения вертикальной составляющей \vec{Y}_B реакции заделки отбросим связь, препятствующую вертикальному перемещению точки B , заменив жесткую заделку скользящей (вертикальными направляющими) и приложив реакцию \vec{Y}_B (рис. 182).

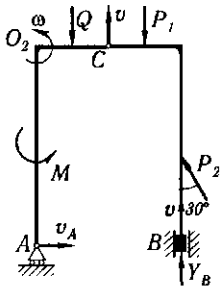


Рис. 182

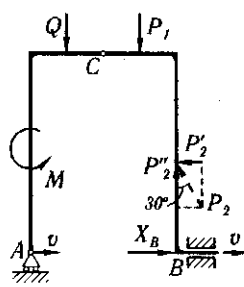


Рис. 183

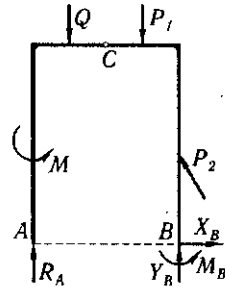


Рис. 184

Сообщим правой части рамы возможную скорость \vec{v} поступательного движения вверх (направляющие исключают возможность поворота правой части).

Левая часть рамы получит угловую скорость ω вокруг мгновенного центра скоростей O_2 , находящегося на пересечении перпендикуляров к скоростям \vec{v}_C и \vec{v}_A точек C и A ($\vec{v}_C = \vec{v}$). Составим уравнение возможных мощностей:

$$M\omega - Q \cdot 2\omega - P_1 \cdot v - P''_2 \cdot v + Y_B \cdot v = 0,$$

где

$$P_2'' = P_2 \cos 30^\circ, \quad v = v_C = \omega \cdot CO_2 = \omega \cdot 4.$$

Следовательно,

$$M\omega - Q \cdot 2\omega - P_1 \cdot 4\omega + P_2 \cdot 0,866 \cdot 4\omega + Y_B \cdot 4\omega = 0,$$

откуда

$$Y_B = (-M + Q \cdot 2 + P_1 \cdot 4 - P_2 \cdot 0,866 \cdot 4)/4 = 0,29 \text{ кН.}$$

Для определения горизонтальной составляющей \vec{X}_B реакции заделки отбросим связь, препятствующую горизонтальному перемещению точки B , заменив жесткую заделку скользящей (горизонтальными направляющими) и приложив реакцию \vec{X}_B (рис. 183).

Сообщим правой части рамы возможную скорость \vec{v} поступательного движения вправо (направляющие исключают возможность поворота правой части). Скорости точек C и A левой части будут параллельны. Следовательно, левая часть рамы, как и правая, получит скорость \vec{v} поступательного движения.

Составим уравнения возможных мощностей:

$$-P_2 \cos 60^\circ \cdot v + X_B \cdot v = 0,$$

откуда

$$X_B = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ кН.}$$

Проверим правильность решения задачи.

Убедимся, что найденные числовые значения величин удовлетворяют уравнениям равновесия сил для всей рамы (рис. 184):

$$\sum Y_i = 0 \text{ и } \sum M_{iB} = 0.$$

Имеем

$$\begin{aligned} \sum Y_i = R_A - Q - P_1 + P_2 \cos 30^\circ + Y_B &= 4,25 - 6 - 2 + 4 \cdot 0,87 + 0,29 = \\ &= 8,02 - 8,00 \approx 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{iB} = -R_A \cdot 8 + M + Q \cdot 6 + P_1 \cdot 2 + P_2 \cos 60^\circ \cdot 5 + M_B &= \\ = -4,25 \cdot 8 + 5 + 6 \cdot 6 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 0,5 \cdot 5 - 21 &= 55 - 55 = 0. \end{aligned}$$

ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА

Задание Д.16. Применение принципа Даламбера к определению реакций связей

Определить реакции внешних связей механической системы:

а) в произвольный момент времени — для вариантов 4, 5, 10, 12—14, 16—18, 21—30 (рис. 185—187);

б) в момент времени $t = t_1$ — для вариантов 1, 8, 9, 11, 20;

в) в тот момент времени, когда угол поворота $\varphi = \varphi_1$, — для вариантов 2, 3, 6, 7;