

Для определения S_4 составим уравнение моментов сил относительно точки F , где пересекаются линии действия сил S_5 и S_6 (точки Риттера для стержня 4):

$$\sum M_{iF} = 0; S_4 a + P_3 a + P_1 h = 0.$$

Отсюда получим

$$S_4 = -7,5 \text{ кН.}$$

Для определения S_5 , чтобы исключить из уравнения усилия S_4 и S_6 , проецируем силы на ось x :

$$\sum X_i = 0; -P_1 - P_2 - S_5 \cos \alpha = 0.$$

Отсюда получим $S_5 = -7,5 \text{ кН.}$

Для определения силы S_8 проводим сечение $II-II$ (можно было бы провести его и через стержни 8, 7 и 6). Рассмотрим равновесие сил, приложенных к нижней части фермы (рис. 16).

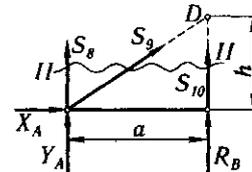


Рис. 16

Точкой Риттера для стержня 8 является узел D , где пересекаются линии действия сил S_9 и S_{10} , исключаемых из уравнения:

$$\sum M_{iD} = 0; -S_8 a - Y_A a + X_A h = 0.$$

Отсюда получим

$$S_8 = -12,0 \text{ кН.}$$

Задание С.3. Определение реакций опор составной конструкции (система двух тел)

Конструкция состоит из двух частей. Установить, при каком способе соединения частей конструкции модуль реакции, указанной в табл. 5, наименьший, и для этого варианта соединения определить реакции опор, а также соединения C .

На рис. 17—19 показан первый способ соединения — с помощью шарнира C . Второй способ соединения — с помощью скользящей заделки, схемы которой показаны в табл. 6.

Пример выполнения задания. Дано: схема конструкции (рис. 20); $P_1 = 5 \text{ кН}$, $P_2 = 7 \text{ кН}$; $M = 22 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $q = 2 \text{ кН/м}$; $\alpha = 60^\circ$.

Определить реакции опор, а также соединения C для того способа сочленения (шарнир или скользящая заделка), при котором модуль опоры A наименьший.

Решение. 1. *Определение реакций опоры A при шарнирном соединении в точке C .*

Таблица 5

Номер варианта (рис. 17-19)	P_1	P_2	M ,	q ,	Исследуемая реакция	Номер варианта (рис. 17-19)	P_1	P_2	M ,	q ,	Исследуемая реакция
	кН		кН·м	кН/м			кН		кН·м	кН/м	
1	5,0	-	24,0	0,8	X_A	16	7,0	10,0	14,0	3,8	R_B
2	6,0	10,0	22,0	1,0	R_A	17	9,0	12,0	26,0	4,0	R_A
3	7,0	9,0	20,0	1,2	R_B	18	11,0	10,0	18,0	3,5	M_B
4	8,0	-	18,0	1,4	M_A	19	13,0	9,0	30,0	3,0	M_B
5	9,0	-	16,0	1,6	R_A	20	15,0	8,0	25,0	2,5	R_B
6	10,0	8,0	25,0	1,8	M_A	21	10,0	7,0	20,0	2,0	R_A
7	11,0	7,0	20,0	2,0	R_B	22	5,0	6,0	15,0	1,5	R_A
8	12,0	6,0	15,0	2,2	M_A	23	8,0	5,0	10,0	1,4	R_A
9	13,0	-	10,0	2,4	X_A	24	11,0	4,0	5,0	1,3	M_A
10	14,0	-	12,0	2,6	R_A	25	14,0	6,0	7,0	1,2	R_B
11	15,0	5,0	14,0	2,8	R_D	26	12,0	8,0	9,0	1,1	R_B
12	12,0	4,0	16,0	3,0	R_B	27	10,0	7,0	11,0	1,0	X_A
13	9,0	6,0	18,0	3,2	R_A	28	8,0	9,0	13,0	1,2	R_A
14	6,0	-	20,0	3,4	M_A	29	6,0	10,0	15,0	1,4	M_A
15	5,0	8,0	22,0	3,6	M_B	30	10,0	12,0	17,0	1,6	M_B

Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных ко всей конструкции (рис. 21). Составим уравнение моментов сил относительно точки B . Для упрощения вычисления момента силы \vec{P}_1 разложим ее на вертикальную и горизонтальную составляющие: $P'_1 = P_1 \cos 60^\circ = 2,5$ кН; $P''_1 = P_1 \sin 60^\circ = 4,33$ кН,

$$\sum M_{iB} = 0; P'_1 \cdot 3 + P''_1 \cdot 8 - Q \cdot 1 - Y_A \cdot 5 + X_A \cdot 1 - M + P_2 \sqrt{1,0^2 + 1,5^2} = 0, \quad (1)$$

где $Q = q \cdot 4 = 2 \cdot 4 = 8$ кН.

После подстановки данных и вычислений уравнение (1) получает вид

$$X_A - 5Y_A = -24,74 \text{ кН}. \quad (1')$$

Второе уравнение с неизвестными X_A и Y_A получим, рассмотрев систему уравновешивающихся сил, приложенных к части конструкции, расположенной левее шарнира C (рис. 22):

$$\sum M_{iC} = 0; P''_1 \cdot 6 + Q \cdot 2 + X_A \cdot 4 - Y_A \cdot 3 = 0,$$

или после вычислений

$$4X_A - 3Y_A = -41,98 \text{ кН}. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1') и (2), находим:

$$X_A = -7,97 \text{ кН}, \quad Y_A = 3,36 \text{ кН}.$$

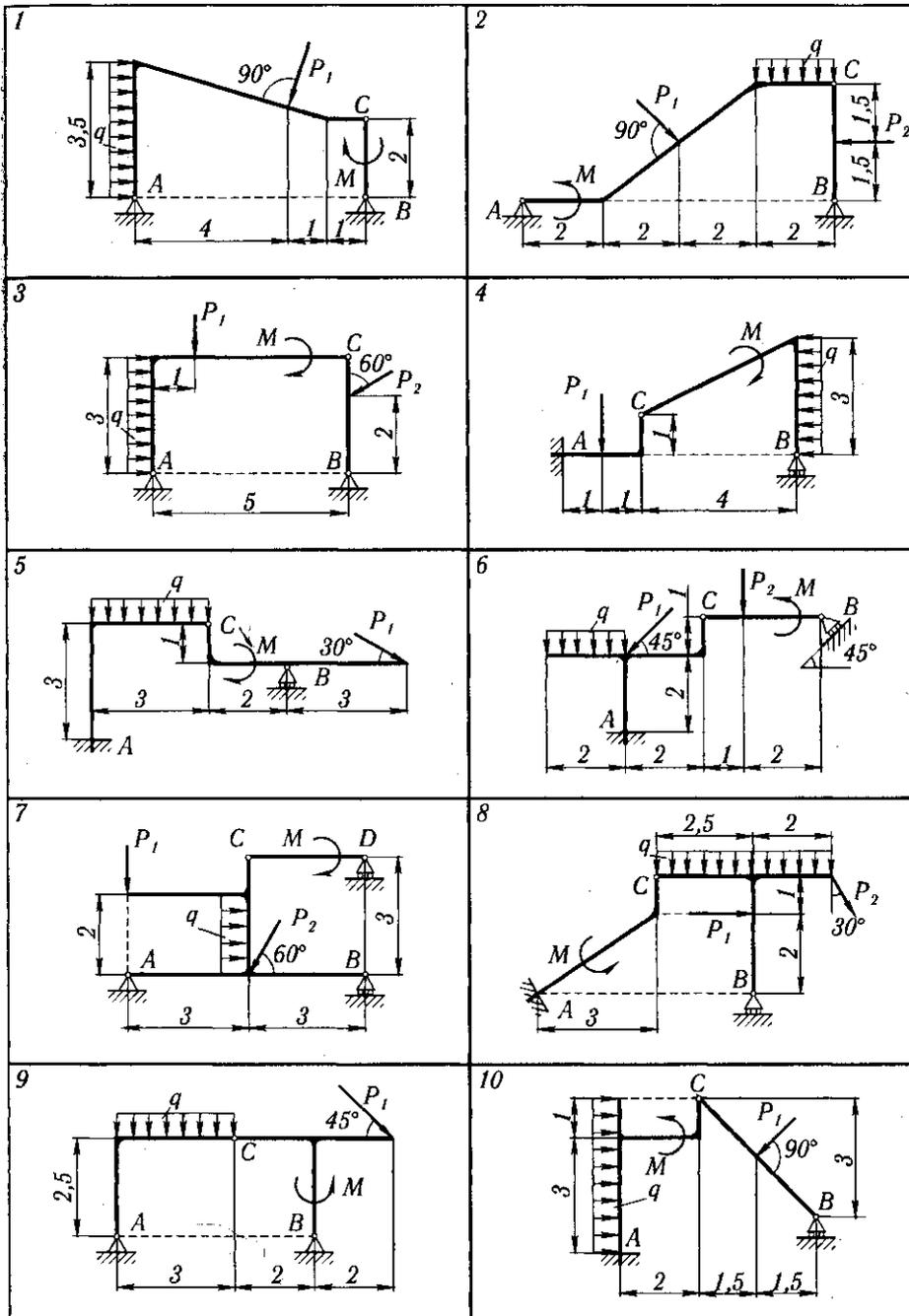


Рис. 17

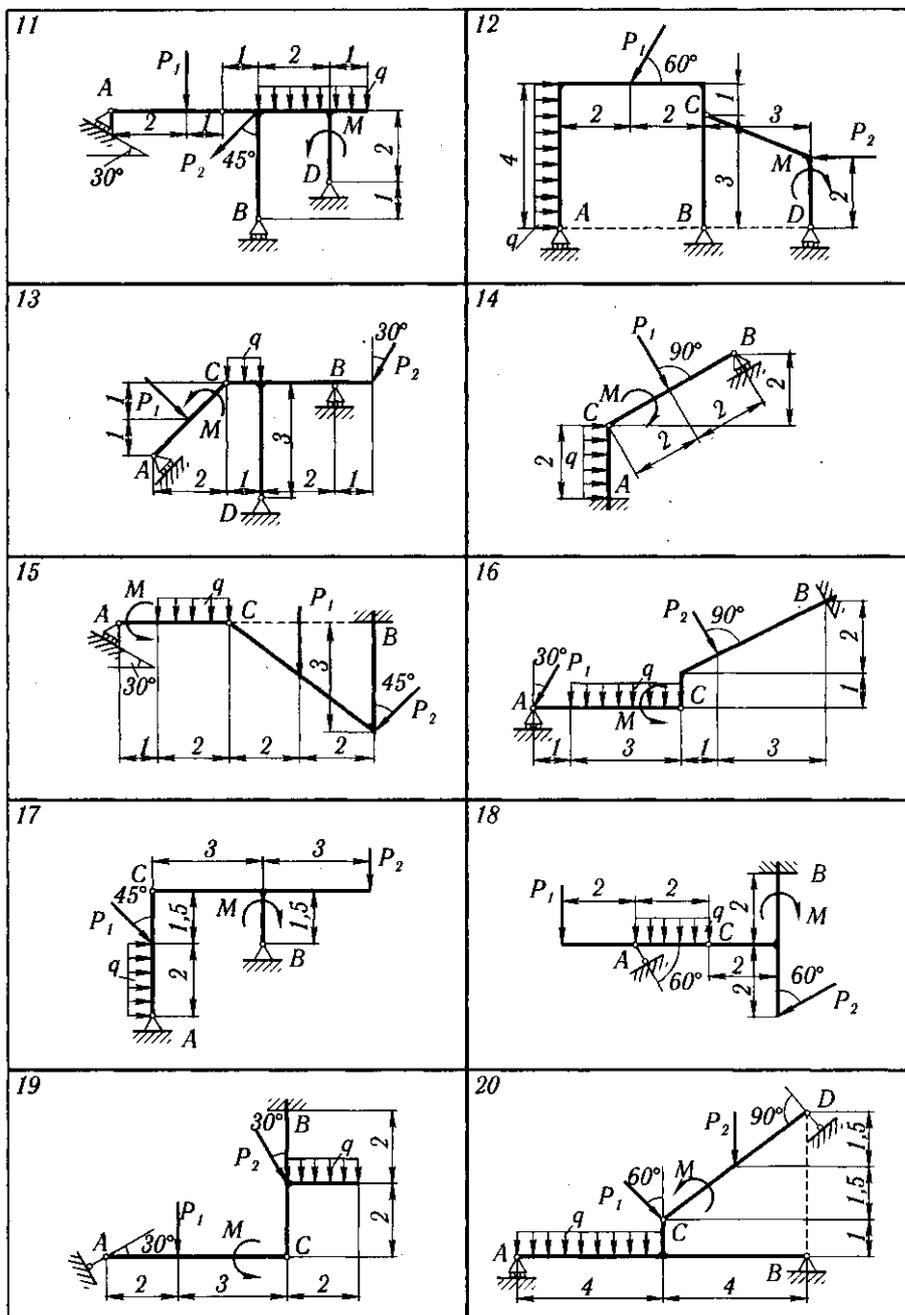


Рис. 18

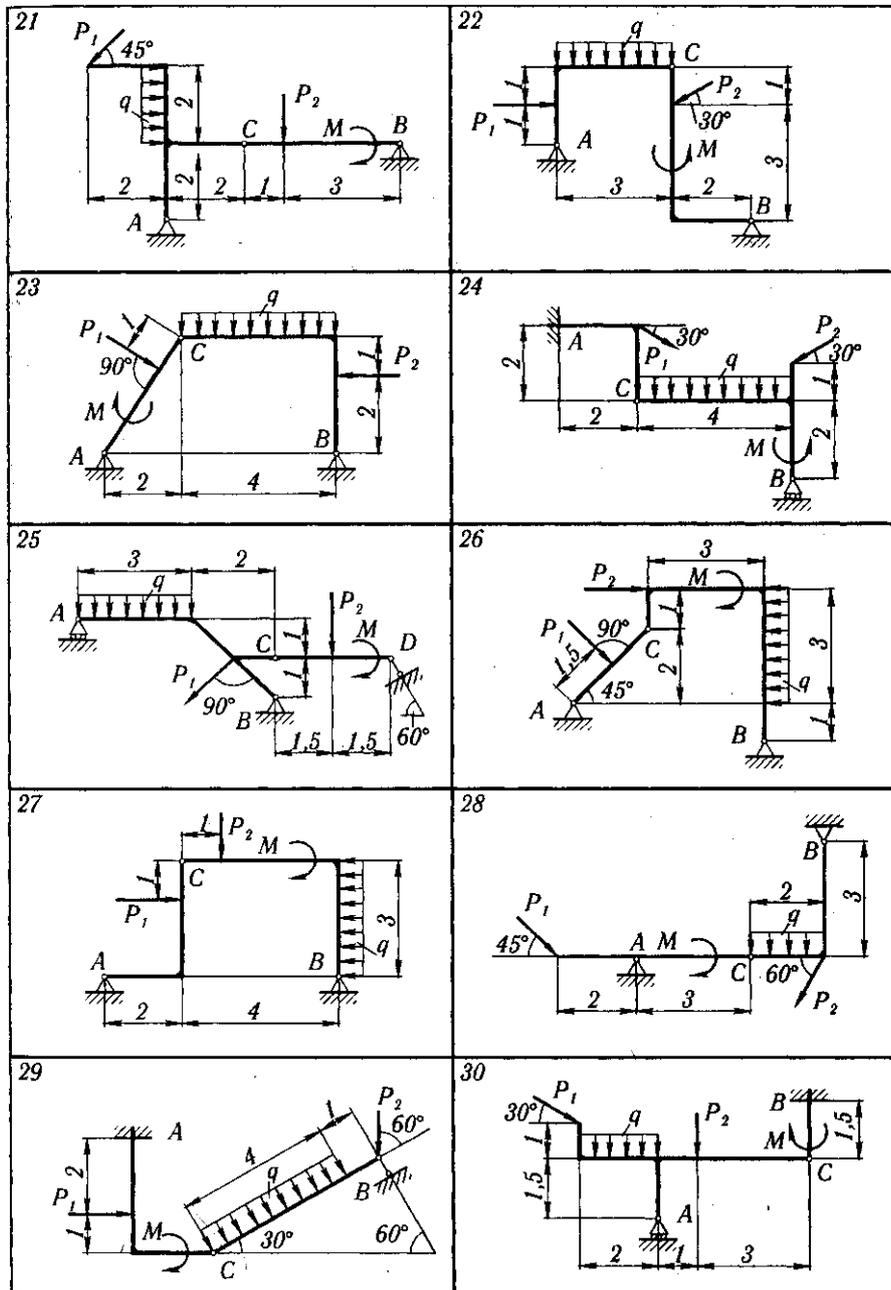


Рис. 19

Таблица 6

Номер варианта	Вид скользящей заделки	Номер варианта	Вид скользящей заделки	Номер варианта	Вид скользящей заделки
1, 2, 3		14		23	
4		15		24	
5		16		25	
6, 7, 8		17		26	
9		18		27	
10		19		28	
11		20		29	
12		21		30	
13		22			

Модуль реакции опоры A при шарнирном соединении в точке C равен

$$R'_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{7,97^2 + 3,36^2} = \sqrt{74,81} = 8,65 \text{ кН.}$$

2. Расчетная схема при соединении частей конструкции в точке C скользящей заделкой показана на рис. 23. Системы сил, показанных

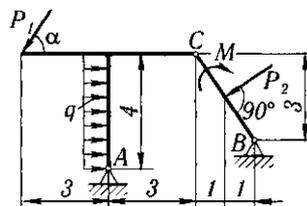


Рис. 20

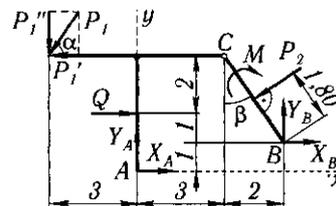


Рис. 21

на рис. 21 и 23, ничем друг от друга не отличаются. Поэтому уравнение (1') остается в силе. Для получения второго уравнения

рассмотрим систему уравнивающих сил, приложенных к части конструкции, расположенной левее скользящей заделки C (рис. 24, а).

Составим уравнение равновесия:

$$\sum X_i = 0; \quad X_A + Q - P_1' = 0, \quad (3)$$

откуда

$$X_A = -5,50 \text{ кН},$$

и из уравнения (1') находим

$$Y_A = 3,85 \text{ кН}.$$

Следовательно, модуль реакции опоры A при скользящей заделке в C равен

$$R_A'' = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{5,50^2 + 3,85^2} = \sqrt{45,07} = 6,71 \text{ кН}.$$

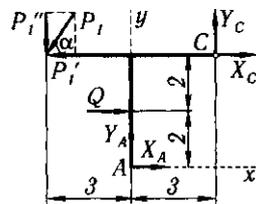


Рис. 22

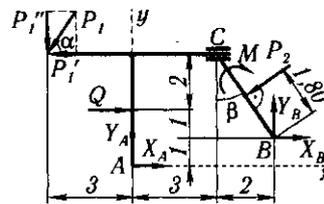


Рис. 23

Итак, при соединении в точке C скользящей заделкой модуль реакции опоры A меньше, чем при шарнирном соединении (\approx на 22%). Найдем составляющие реакции опоры B и скользящей заделки.

Для левой от C части (рис. 24, а)

$$\sum Y_i = 0; \quad -P_1'' + Y_A + Y_C = 0, \quad (4)$$

откуда

$$Y_C = P_1'' - Y_A = 0,48 \text{ кН}.$$

Составляющие реакции опоры B и момент в скользящей заделке найдем из уравнений равновесия, составленных для правой от C части конструкции (рис. 24, б):

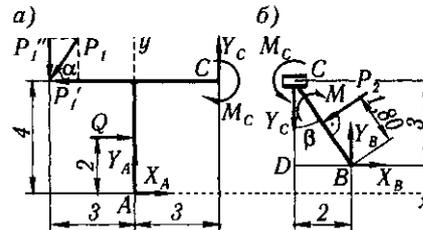


Рис. 24

$$\sum M_{iB} = 0; \quad M_C + Y_C \cdot 2 - M + P_2 \cdot 1,80 = 0, \quad (5)$$

$$\sum X_i = 0; \quad -P_2 \cos \beta + X_B = 0, \quad (6)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad -Y_C + Y_B - P_2 \sin \beta = 0. \quad (7)$$

Из прямоугольного треугольника BCD

$$\begin{aligned}\sin \beta &= BD/BC = 2,0/\sqrt{2^2 + 3^2} = 2,0/3,61 = 0,555; \\ \cos \beta &= CD/BC = 3,0/3,61 = 0,832.\end{aligned}$$

Решая уравнения (5)—(7) относительно M_C , X_B , Y_B , получим:

$$M_C = 8,44 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad X_B = 5,82 \text{ кН}; \quad Y_B = 4,37 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности определения реакций убедимся, что соблюдается не использованное ранее уравнение равновесия для сил, приложенных ко всей конструкции (см. рис. 21), например

$$\begin{aligned}\sum M_{iA} &= P_1' \cdot 4 + P_1'' \cdot 3 - Q \cdot 2 - M - P_2 \sin \beta \cdot 4 + P_2 \cos \beta \cdot 2,5 - X_B \cdot 1 + \\ &+ Y_B \cdot 5 = 2,5 \cdot 4 + 4,33 \cdot 3 - 8 \cdot 2 - 22 - 7 \cdot 0,555 \cdot 4 + 7 \cdot 0,832 \cdot 2,5 - \\ &- 5,82 \cdot 1 + 4,37 \cdot 5 = 59,40 - 59,36 \approx 0.\end{aligned}$$

Результаты расчетов приведены в табл. 7.

Таблица 7

	Силы, кН						Момент, кН·м
	X_A	Y_A	R_A	Y_C	X_B	Y_B	M_C
Для схемы на рис. 20	-7,97	3,36	8,65	-	-	-	-
Для схемы на рис. 23	-5,50	3,85	6,71	$\pm 0,48$	5,82	4,37	$\pm 8,44$

Задание С.4. Определение реакций опор составной конструкции (система трех тел)

Найти реакции опор конструкции, состоящей из трех тел, соединенных либо в одной точке (варианты 1—20), либо в двух точках (варианты 21—30). Схемы конструкций представлены на рис. 25—27 (размеры — в м), нагрузка указана в табл. 8. В вариантах 1—15, 21—30 составные части соединены с помощью шарниров, а в вариантах 16—20 — с помощью гладкой втулки малой длины.

Пример выполнения задания. Дано: схема конструкции (рис. 28); нагрузка: $P_1 = 10$ кН, $P_2 = 204$ кН, $M = 40$ кН·м, $q = 2$ кН/м.

Определить реакции опор в точках A , B , C и E .

Решение. На рис. 29 изображены отдельно все три тела, образующие систему. К каждому из тел приложены задаваемые (активные) силы и реакции связей.

Так как направления составляющих реакций и реактивных моментов в соединении D заранее не известны, покажем их направленными