

Таблица 2

Схема по рис. 6	Момент $M_A(M'_A, M''_A), \text{кН} \cdot \text{м}$	Силы, кН	
		Y'_A	R_B
а	11,07	—	—
б	4,00	5,94	3,54
в	-31,61	—	—

Задание С.2. Определение реакций опор и сил в стержнях плоской фермы

Определить реакции опор фермы на заданную нагрузку, а также силы во всех ее стержнях способом вырезания узлов. Схемы ферм показаны на рис. 7—9. Необходимые для расчета данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Номер варианта (рис. 7-9)	P_1	P_2	P_3	a	h	α , град	Номера стержней
	кН			м			
1	4	9	2	2,0	—	30	3, 8, 9
2	10	3	4	2,5	—	60	2, 5, 7
3	2	12	6	3,0	—	60	4, 5, 10
4	10	10	5	4,0	—	60	5, 6, 11
5	2	4	2	—	2,0	60	4, 5, 10
6	3	7	5	4,0	3,0	—	8, 9, 11
7	4	6	3	4,0	—	60	4, 6, 12
8	5	7	7	3,2	—	45	3, 4, 5
9	10	8	2	5,0	—	60	6, 7, 12
10	3	4	5	4,4	3,3	—	3, 5, 7
11	2	6	8	2,5	3,0	—	2, 7, 8
12	5	7	2	4,0	—	60	4, 5, 10
13	4	6	2	4,8	3,6	—	4, 5, 10
14	3	5	5	3,0	—	60	5, 6, 8
15	2	2	10	4,0	6,0	—	2, 6, 9
16	5	6	2	5,0	—	60	3, 5, 6
17	4	4	10	4,0	6,0	—	4, 7, 8
18	5	2	8	—	5,0	60	1, 4, 8
19	8	4	10	5,0	10,0	60	4, 5, 7
20	2	3	5	4,0	6,0	—	5, 6, 8
21	3	2	7	6,0	—	45	5, 8, 9
22	4	2	9	4,0	—	45	2, 6, 8
23	5	8	8	4,0	9,0	30	4, 7, 9
24	6	10	2	3,6	—	45	4, 5, 10
25	7	10	5	4,4	3,3	—	8, 10, 11
26	8	12	2	4,0	—	30	4, 5, 9
27	9	4	4	4,0	3,0	—	5, 9, 11
28	10	5	3	5,0	—	30	3, 5, 6
29	12	8	2	6,0	—	45	5, 6, 11
30	5	10	4	4,0	2,0	—	6, 7, 12

Дополнительно определить силы в трех стержнях фермы от той же нагрузки способом Риттера (номера стержней указаны в табл. 3).

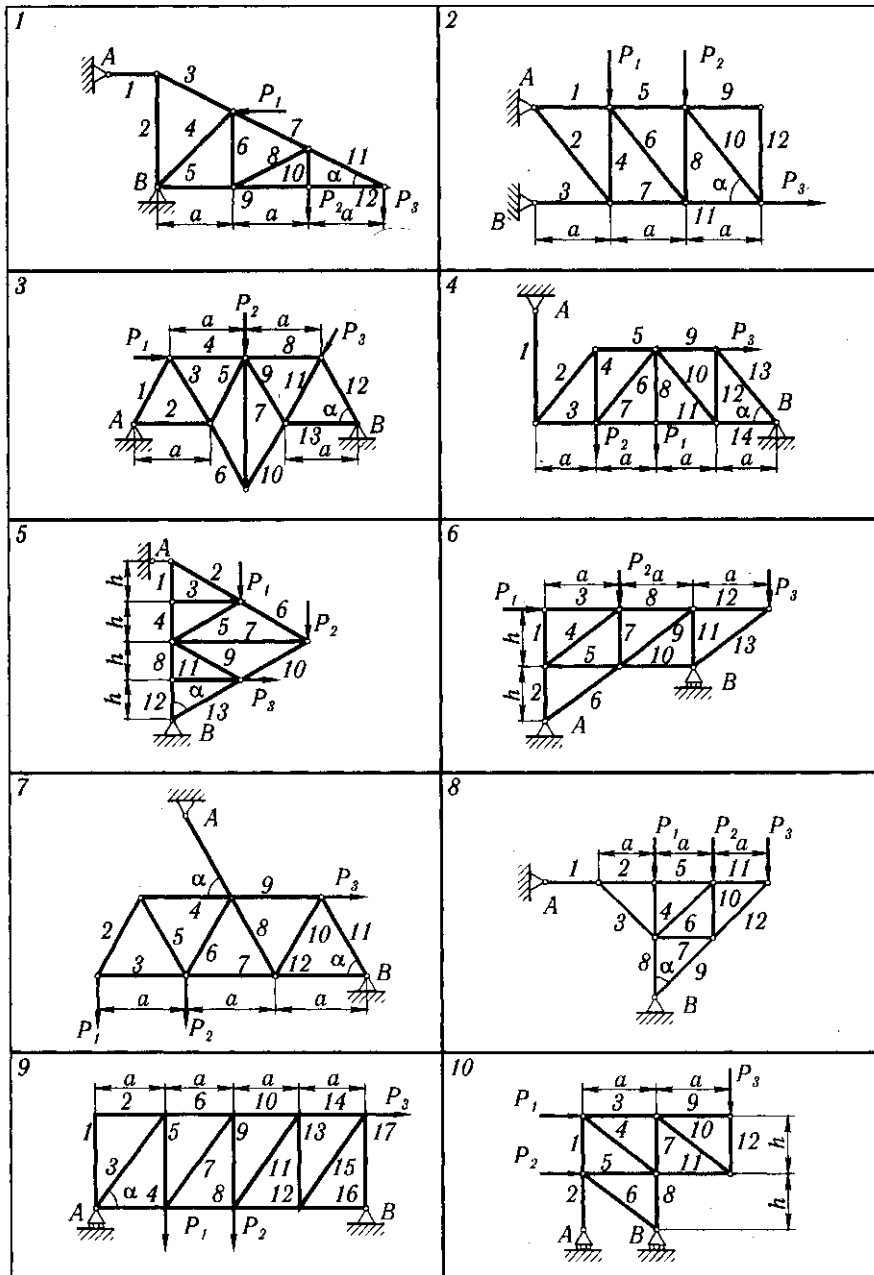


Рис. 7

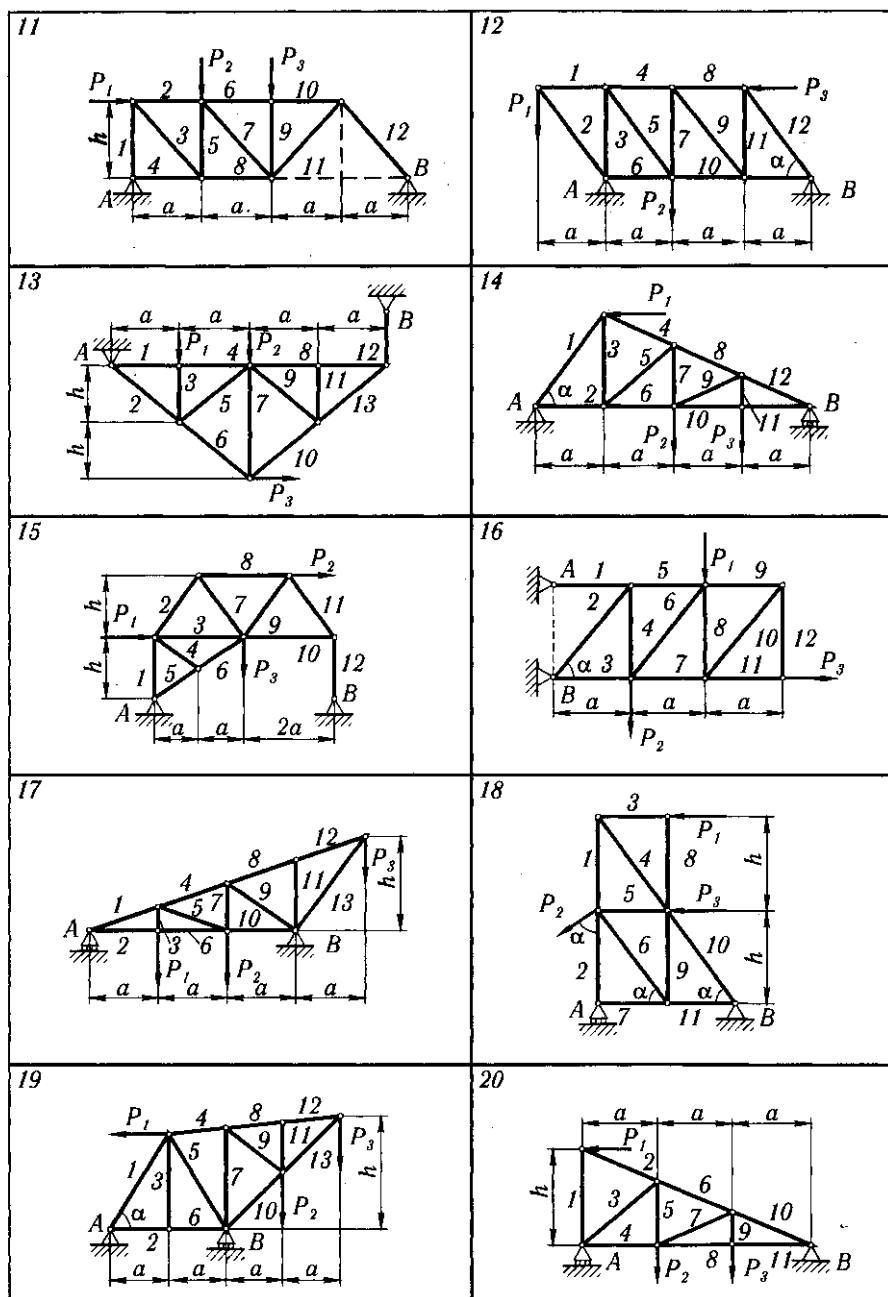


Рис. 8

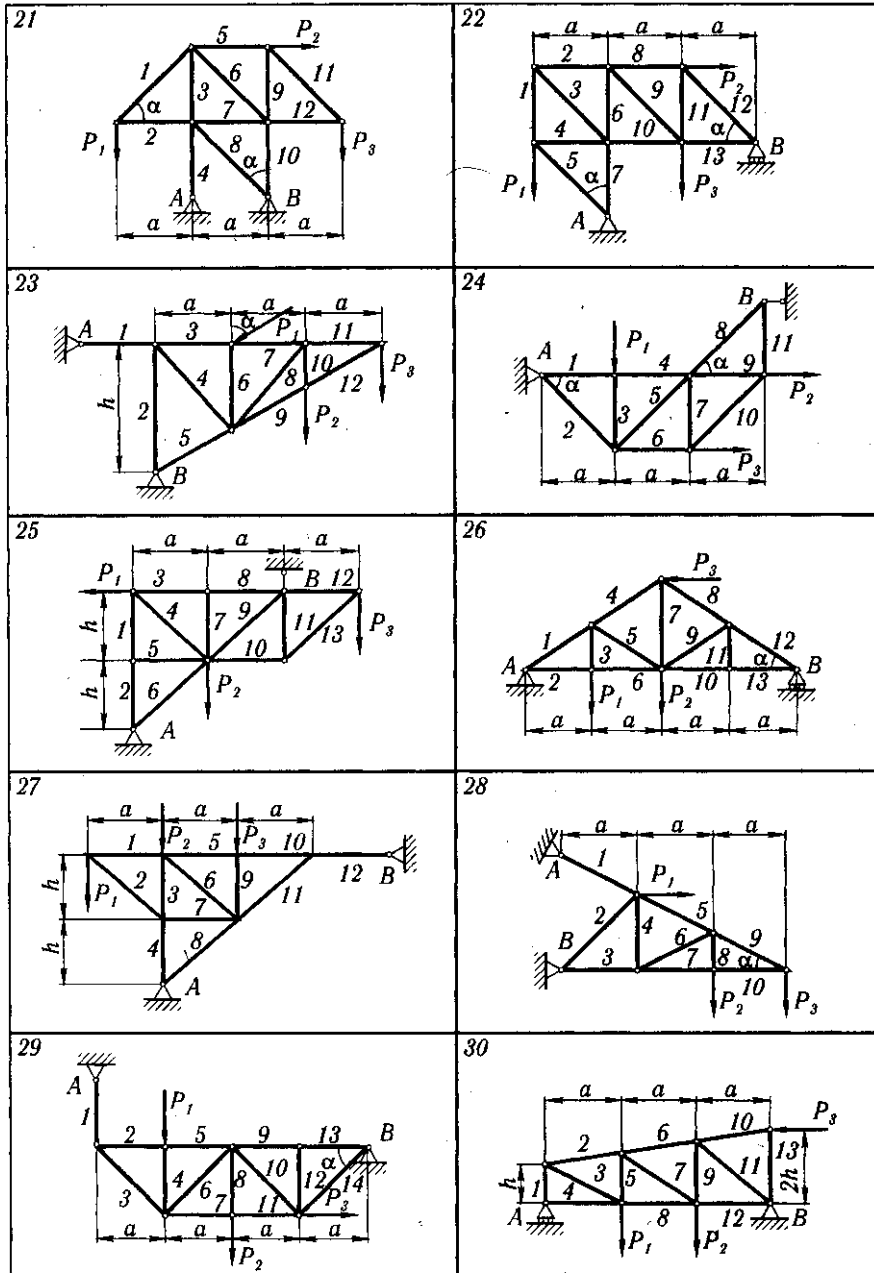


Рис. 9

Пример выполнения задания. Дано: схема фермы (рис. 10); $P_1 = 2 \text{ кН}$, $P_2 = 4 \text{ кН}$, $P_3 = 6 \text{ кН}$, $a = 4,0 \text{ м}$; $h = 3,0 \text{ м}$.

Решение. 1. *Определение реакций опор.* Покажем внешние силы, приложенные к ферме: активные (задаваемые) силы \vec{P}_1 , \vec{P}_2 , \vec{P}_3 и реакции опор A и B (рис. 11).

Так как линия действия реакции опоры A неизвестна, определим ее составляющие по координатным осям \vec{X}_A и \vec{Y}_A .

Опора B — стержневая; линия действия ее реакции известна — она направлена вдоль опорного стержня.

Составим уравнения равновесия сил, приложенных к ферме:

$$\left. \begin{aligned} \sum M_{iA} = 0; & \quad P_1 \cdot 3h + P_2 \cdot 2h + R_B a = 0; \\ \sum X_i = 0; & \quad X_A - P_1 - P_2 = 0; \\ \sum Y_i = 0; & \quad Y_A + R_B - P_3 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Из этих уравнений

$$R_B = -10,5 \text{ кН}; \quad Y_A = 6,0 \text{ кН}; \quad X_A = 16,5 \text{ кН}.$$

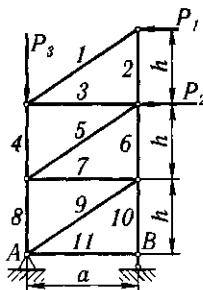


Рис. 10

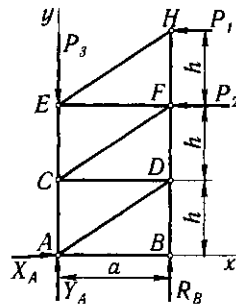


Рис. 11

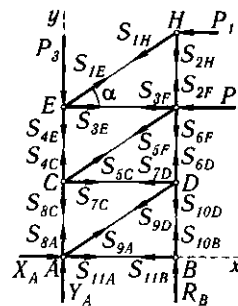


Рис. 12

2. *Определение сил в стержнях фермы способом вырезания узлов.* Стержни, сходящиеся в узле фермы, являются для узлового соединения связями. Отбросим мысленно связи и заменим их действие на узлы реакциями. На рис. 12 показаны узлы фермы с приложенными к ним активными и реактивными силами.

Силу в стержне с номером i обозначим S_i . Реакцию стержня с номером i , приложенную к узлу M , обозначим S_{iM} . Для стержня, соединяющего узлы M и N

$$\vec{S}_{iM} = -\vec{S}_{iN}, \text{ но } S_{iM} = S_{iN} = S_i.$$

Направления реакций всех стержней показаны от узлов внутрь стержней в предположении, что стержни растянуты. Если в результате решения реакция стержня получится отрицательной, это будет означать, что соответствующий стержень сжат.

Для каждого узла составим два уравнения равновесия:

$$\sum X_i = 0 \text{ и } \sum Y_i = 0. \quad (2)$$

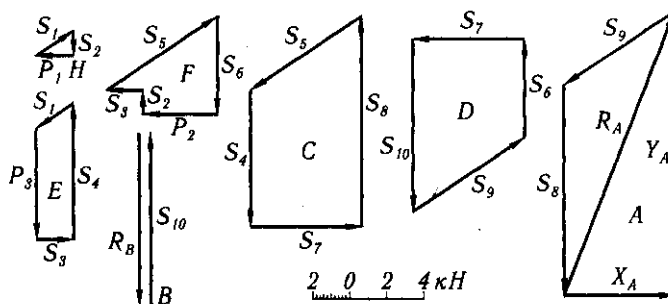


Рис. 13

Нетрудно убедиться, что из этих уравнений можно определить не только все силы, но и реакции опор, так что предварительное определение реакций опор не является необходимым. Действительно, узлов 7 (A, B, C, D, E, F, H), уравнений, следовательно, 14, а неизвестных тоже 14, т. е. 11 усилий в стержнях и 3 составляющих опорных реакций. Ранее найденные реакции опор могут служить для проверки решения.

Если уравнения предполагается решать без применения ЭВМ, рекомендуется рассматривать узлы в такой последовательности, чтобы каждый раз в уравнения (2) входило не более двух неизвестных.

Начнем с узла H:

$$\begin{aligned} \sum X_i = 0; & \quad -P_1 - S_{1H} \cos \alpha = 0; \\ \sum Y_i = 0; & \quad -S_{1H} \sin \alpha - S_{2H} = 0, \end{aligned}$$

откуда определяем

$$S_{1H} = S_1 = -2,5 \text{ кН (стержень сжат)} \text{ и } S_{2H} = S_2 = 1,5 \text{ кН.}$$

Для узла E

$$\begin{aligned} \sum X_i = 0; & \quad S_{1E} \cos \alpha + S_{3E} = 0; \\ \sum Y_i = 0; & \quad S_{1E} \sin \alpha - P_3 - S_{4E} = 0, \end{aligned}$$

откуда находим

$$S_{3E} = S_3 = 2,0 \text{ кН, } S_{4E} = S_4 = -7,5 \text{ кН (стержень сжат).}$$

Затем составляем уравнения равновесия сил, приложенных к узлам F, C, D, B, A .

Для проверки расчета полезно для каждого узла построить многоугольник сил (рис. 13).

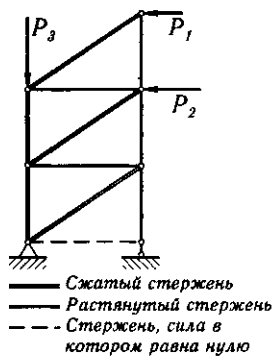


Рис. 14

Для узла H откладываем в масштабе силу P_1 и проводим через конец и начало этого вектора направления реакций S_{1H} и S_{2H} до их взаимного пересечения. Стрелки векторов \vec{S}_{1H} и \vec{S}_{2H} ставим так, чтобы силовой треугольник был замкнут. Для этого на рис. 13 стрелку \vec{S}_{1H} пришлось направить в сторону, противоположную показанной на рис. 12, — это соответствует знаку минус в аналитическом решении. При построении многоугольника сил для узла E откладываем силы \vec{P}_3 и \vec{S}_{1E} (направляется противоположно \vec{S}_{1H}) и проводим до взаимного пересечения направления реакций S_{3E} и S_{4E} и т. д. Измеренные в

масштабе построения реакции стержней должны мало отличаться от найденных аналитически.

Приводим таблицу сил в стержнях (табл. 4) и схему фермы с фактической картиной сил (рис. 14).

Таблица 4

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Знак силы	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	
Сила, кН	2,5	1,5	2,0	7,5	7,5	6,0	6,0	12,0	7,5	10,5	0

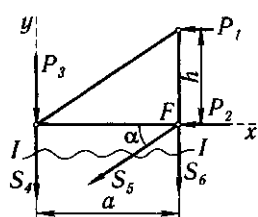


Рис. 15

3. *Определение сил в стержнях способом сечений (способом Риттера).* Требуется определить силы в стержнях 4, 5 и 8.

По способу Риттера каждая сила должна быть определена из отдельного уравнения и не должна выражаться через силы в других стержнях.

Для определения сил S_4 и S_5 мысленно разрежем ферму сечением $I-I$ (рис. 15).

Рассматриваем равновесие сил, приложенных к верхней части фермы*. Действие отброшенной нижней части на верхнюю представлено силами S_4, S_5 и S_6 .

По-прежнему условно предполагаем все стержни растянутыми. Знак минус в ответе укажет на то, что стержень сжат.

* Выбор части фермы обычно определяется объемом вычислительной работы. В данном случае следует отметить, что выбор верхней части позволяет получить искомые силы, выраженные только через заданные силы, независимо от ранее найденных опорных реакций.

Для определения S_4 составим уравнение моментов сил относительно точки F , где пересекаются линии действия сил S_5 и S_6 (точки Риттера для стержня 4):

$$\sum M_{iF} = 0; S_4 a + P_3 a + P_1 h = 0.$$

Отсюда получим

$$S_4 = -7,5 \text{ кН.}$$

Для определения S_5 , чтобы исключить из уравнения усилия S_4 и S_6 , проецируем силы на ось x :

$$\sum X_i = 0; -P_1 - P_2 - S_5 \cos \alpha = 0.$$

Отсюда получим $S_5 = -7,5 \text{ кН.}$

Для определения силы S_8 проводим сечение $II-II$ (можно было бы провести его и через стержни 8, 7 и 6). Рассмотрим равновесие сил, приложенных к нижней части фермы (рис. 16).

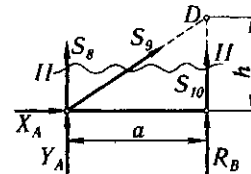


Рис. 16

Точкой Риттера для стержня 8 является узел D , где пересекаются линии действия сил S_9 и S_{10} , исключаемых из уравнения:

$$\sum M_{iD} = 0; -S_8 a - Y_A a + X_A h = 0.$$

Отсюда получим

$$S_8 = -12,0 \text{ кН.}$$

Задание С.3. Определение реакций опор составной конструкции (система двух тел)

Конструкция состоит из двух частей. Установить, при каком способе соединения частей конструкции модуль реакции, указанной в табл. 5, наименьший, и для этого варианта соединения определить реакции опор, а также соединения C .

На рис. 17—19 показан первый способ соединения — с помощью шарнира C . Второй способ соединения — с помощью скользящей заделки, схемы которой показаны в табл. 6.

Пример выполнения задания. Дано: схема конструкции (рис. 20); $P_1 = 5 \text{ кН}$, $P_2 = 7 \text{ кН}$; $M = 22 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $q = 2 \text{ кН/м}$; $\alpha = 60^\circ$.

Определить реакции опор, а также соединения C для того способа сочленения (шарнир или скользящая заделка), при котором модуль опоры A наименьший.

Решение. 1. *Определение реакций опоры A при шарнирном соединении в точке C .*